

Tentamen i TATA69 Flervariabelanalys

2023-06-01 kl. 14.00–19.00

Tillåtna hjälpmedel är manuella skriv- och ritverktyg, inklusive linjal, passare och gradskiva utan formler. 8/11/14 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med minst 2 poäng (av 3 möjliga) ger betyg 3/4/5. Lösningsskisser publiceras på kursens webbsida efter tentan.

1. Bestäm alla $f \in \mathcal{C}^2(\mathbf{R}^2)$ som uppfyller ekvationen

$$f''_{xx} + f''_{xy} - 2f''_{yy} = 9.$$

Tips: Använd variabelbytet
$$\begin{cases} u = x + y, \\ v = 2x - y. \end{cases}$$

2. Bestäm en ekvation för tangentplanet i punkten $(1, 0, -1)$ till den yta i \mathbf{R}^3 som ges av ekvationen

$$e^{xy} + x - z = 3.$$

3. Bestäm alla lokala extrempunkter till funktionen $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ som ges av

$$f(x, y) = x^3 - x + y^2.$$

4. Beräkna integralen $\iint_D \sin(x^2 + y^2) dx dy$, där

$$D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid \pi \leq x^2 + y^2 \leq 4\pi, x \geq 0\}.$$

5. Beräkna integralen $\iiint_D \frac{y}{x^3} dx dy dz$, där $D \subset \mathbf{R}^3$ är det område som ges av

olikheterna
$$\begin{cases} 0 \leq x + y + 2z \leq 2, \\ 1 < x - y < 2, \\ 1 \leq x. \end{cases}$$

6. Avgör i vilka punkter funktionen $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ som ges av $f(x, y) = |x|y + y$ är differentierbar, och bestäm funktionalmatrisen i dessa punkter.