

Kontrollskrivning i Matematisk fördjupning

2024-12-09 kl 8.00–11.00

*Inga hjälpmedel. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade och ordentligt skrivna.
Varje uppgift ger högst tre poäng, och för betyg 3/4/5 krävs minst 6/8/10 poäng.
Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida.*

1. (a) Definiera vad som menas med att $f(x) \rightarrow 0$ då $x \rightarrow 1^-$. (1p)
(b) Visa med $\varepsilon\delta$ -definitionen att $x^3 - x^2 \rightarrow 4$ då $x \rightarrow 2$. (2p)
2. (a) Beräkna $f'(x)$ då $f(x) = x^{\ln x}$. (1p)
(b) Visa att funktionen $f(x) = \ln(1 + e^x)$, $x \in \mathbb{R}$, är konvex. (1p)
(c) Visa att funktionen $f(x) = \arcsin e^x + \arcsin \sqrt{1 - e^{2x}}$, $x < 0$, är konstant. (1p)
3. (a) Formulera supremumaxiomet. (1p)
(b) Visa att om a_1, a_2, \dots är en växande och uppåt begränsad talföljd så
existerar $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ som ett reellt tal. (2p)
4. Formulera och bevisa satsen om största och minsta värde för kontinuerliga funktioner.

Lycka till!