

Kontrollskrivning i Matematisk fördjupning

2025-08-21 kl 8.00–11.00

*Inga hjälpmedel. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade och ordentligt skrivna.
Varje uppgift ger högst tre poäng, och för betyg 3/4/5 krävs minst 6/8/10 poäng.
Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida.*

1. (a) Definiera vad som menas med att $f(x) \rightarrow \infty$ då $x \rightarrow 0+$. (1p)
(b) Visa med $\varepsilon\delta$ -definitionen att $\frac{1}{2x - x^2} \rightarrow 1$ då $x \rightarrow 1$. (2p)
2. (a) Låt M vara en icke-tom nedåt begränsad delmängd av $\mathbb{R}$. Definiera vad som menas med infimum för M . (1p)
(b) Sätt $M = \{e^{x \sin x} : x \in \mathbb{R}\}$. Visa att $\inf M = 0$. (2p)
3. (a) Definiera vad som menas med att en funktion f är konvex på ett intervall I . (1p)
(b) Visa att $\frac{a+b}{2} \ln \frac{a+b}{2} \leq \frac{a \ln a + b \ln b}{2}$ för alla $a, b > 0$. (2p)
4. Formulera och bevisa satsen om mellanliggande värde för kontinuerliga funktioner.

Lycka till!