

1. a) Se bok.

b) $\cos t = 1 - \frac{t^2}{2} + \frac{\cos \theta t}{24} t^4$, där $0 \leq \theta \leq 1$ (standard). $t = 2x$ ger:
 $|\cos 2x - 1 + 2x^2| = \left| \frac{\cos \theta \cdot 2x}{24} \cdot 16x^4 \right| = |\cos 2\theta x| \cdot \frac{2x^4}{3} \leq \frac{2x^4}{3}, x \in \mathbb{R}.$

2. a) Se bok.

b) $(1/n, 2/n) \rightarrow (0,0)$ då $n \rightarrow \infty$, så randen av M är $M \cup \{(0,0)\}$.

3. a) Se bok.

b) $f'_x(x,y) = \frac{(x^2+y^2) \cdot 2x - x^2 \cdot 2x}{(x^2+y^2)^2} = \frac{2xy^2}{(x^2+y^2)^2}, (x,y) \neq (0,0). //$

$f(x,0) = 1, x \in \mathbb{R}$, så $f'_x(0,0) = 0. //$

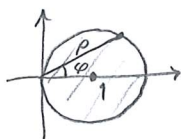
$f'_x(x,x) = \frac{2x^3}{(2x^2)^2} = \frac{1}{2x} \not\rightarrow 0$ då $x \rightarrow 0$, så f'_x är inte kont. i $(0,0)$.

4. a) Se bok.

b) $f(0,0) = 0$. $f(x,y) = y^4 + 2x^3y^2 = (y^2 + x^3)^2 - x^6$, så
 $f(x, \sqrt{-x^3}) = -x^6 < 0$ då $x < 0$, så f har inte lok. min. i $(0,0)$.

5. a) Se bok.

b) D ges av $(x-1)^2 + y^2 < 1^2$, dvs $x^2 + y^2 < 2x$. Sätt $\begin{cases} x = \rho \cos \varphi, \\ y = \rho \sin \varphi, \end{cases}$



så fås $\rho^2 < 2\rho \cos \varphi$, dvs $\rho < 2 \cos \varphi$,

och $-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$. $\left| \frac{d(x,y)}{d(\rho,\varphi)} \right| = |\rho|.$

$\iint_D \frac{dx dy}{x} = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{2 \cos \varphi} \frac{1}{\rho \cos \varphi} \cdot \rho d\rho d\varphi = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1}{\cos \varphi} \cdot 2 \cos \varphi d\varphi = \underline{\underline{2\pi}}$.

6. Se bok.