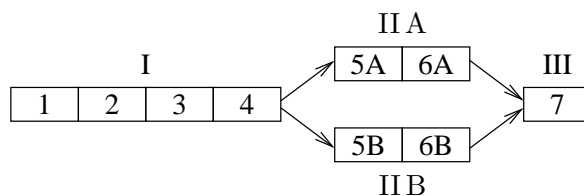


Tentamen i TATA76 Flervariabelanalys 200821 kl 14-19

Penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva *får* användas. Räknedosa, formelsamlingar och andra hjälpmedel är *ej* tillåtna.

- Varje uppgift bedöms med 0–3 poäng och är godkänd om den bedömts med minst 2 poäng.
- För full poäng krävs att lösningarna är fullständiga, väl motiverade, försedda med erforderliga figurer, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.
- Tentan består av 4 delar numrerade I, II A, II B och III. Du får lämna in lösningar på uppgifter från del I och del III samt från *antingen* del II A *eller* II B. Skriv A eller B istället för X i motsvarande rutor på framsidan av tentaomslaget så att rättaren vet vilken del du gjort.
- Om du lämnar in uppgifter från *både* del II A och II B tolkas det som att du försökt gardera dig, och du får i så fall *bara* tillgodoräkna dig poäng från den del som resulterar i *sämst* betyg.



- För betyg 3 krävs 3 godkända uppgifter och 8 poäng hämtade från del I, *antingen* del II A *eller* del II B samt del III.
- För betyg 4/5 krävs 4/5 godkända uppgifter och 11/14 poäng hämtade från delarna I, II A och III. Uppgifter från del II B kan alltså **inte** användas för betyg 4 eller 5.

Del I – Allmän del. Avsedd för alla.

- 1) Sätt $f(x, y) = 4x^2 + y^2 + 4x - 2y$. Rita kurvan $f(x, y) = 2$ samt beskriv den i ord. Ange också ekvationer för tangent- resp. normallinjen till denna kurva i punkten $\left(\frac{3}{10}, -\frac{1}{5}\right)$.
- 2) Låt D vara övre halvan av en cirkel med medelpunkt i $(3, 0)$ och radie 2. Beräkna $\iint_D ye^x dx dy$.
- 3) Finn alla tangentplan till $S : 3x^2 + z^2 = y^2 + 9$ som innehåller $P : (2, 0, 3)$ och är vinkelräta mot $x - 2y + 2z = 0$. För vart och ett av dessa plan, ange en punkt där planet tangerar S .
- 4) Beräkna $\iiint_D x dx dy dz$ om D ges av $x^2 + y + z \leq 2$, $x + y \leq 1$ och $x, y, z \geq 0$.

OBS: Välj *en* av delarna IIA och IIB och gör *endast* denna. Lämnar du in uppgifter från båda får du bara poäng från den del som resulterar i *sämst* betyg. Skriv A eller B istället för X i motsvarande rutor på framsidan av tentaomslaget så att rättaren vet vilken del du gjort.

Del IIA – Ordinarie del.

- 5Aa) Använd definitionen av partiell derivata till att beräkna $f'_x(1, 2)$ om $f(x, y) = \sqrt{x + y}$.
- 5Ab) Lös ekvationen $z'_x + 2xz'_y = x^5 - xy^2$ för $x > 0$, där $z = z(x, y) \in \mathcal{C}^1$ t ex genom att sätta $u = x^2 - y$, $v = x^2 + y$.
Finn också speciellt den/de lösningar som uppfyller villkoret $z'_x(x, 0) = 0$.
- 6A) K är ett klot med radie 2, E_a är en rak, cirkulär, ifylld enkelkon med höjd 3, radie $a > 0$ i basytan och med spetsen placerad i K :s medelpunkt. Beräkna volymen av snittet D_a mellan E_a och K (d v s D_a är mängden av de punkter som ligger i både E_a och K).
-

Del IIB – Godkänt-del. *Avsedd för dem som är nöjda med betyg 3.*

- 5Ba) Använd definitionen av partiell derivata till att beräkna $f'_x(1, 2)$ om $f(x, y) = (x + y)^2$.
- 5Bb) Lös ekvationen $z'_x + 2xz'_y = x^3 - xy$ för $x > 0$, där $z = z(x, y) \in \mathcal{C}^1$ t ex genom att sätta $u = x^2 - y$, $v = x^2 + y$.
Finn också speciellt den/de lösningar som uppfyller villkoret $z(x, -x^2) = x$.
- 6B) K är ett klot med radie 2, E är en rak, cirkulär, ifylld enkelkon med höjd 3, radie $\sqrt{3}$ i basytan och med spetsen placerad i K :s medelpunkt. Beräkna volymen av snittet D mellan E och K (d v s D är mängden av de punkter som ligger i både E och K).
-

Del III – Extradel. *Avsedd för dem som är klara med övriga uppgifter och har tid över.*

- 7) Lös systemet $\begin{cases} u'_x &= 2xf(y)u^2 \\ u'_x + xu'_y &= 2xyu \end{cases}$, $x, y > 0$ där $u = u(x, y) \in \mathcal{C}^1$ för alla $f(y) \in \mathcal{C}^1$.
-