5A Grundstrategi: bestäm $\hat{u}(n)$ genom ekvationen $\widehat{VL}(n) = \widehat{HL}(n)$, och låt $u(t) =$ u:s fourierserie. (Som i exempel 5.3.)

$\widehat{VL}(n)$: Tolka integralen som en konstant gånger u faltad (periodiskt) med en π-periodisk fkn f.
(Konstanten behövs eftersom periodisk faltning är definierad som ett medelvärde.)
Använd sen sats 5.2.

$\widehat{HL}(n)$: Eulers formler + läs av (se t.ex ledningen till 4D).

5B Antingen normera f:en och använd projektions-formeln i 5.11, eller ansätt direkt

$$Pu = c_1 f_1 + \ldots + c_N f_N \quad ,$$

och se vad $\langle Pu - u \mid f_n \rangle = 0$ ger... .

5C Fourierserien bestäms på vanligt sätt.

$\frac{1}{1\cdot 3} - \frac{1}{3\cdot 5} + \frac{1}{5\cdot 7} - \dots$: Samma metod som i 4E.

$\frac{1}{1^2 3^2} + \frac{1}{3^2 5^2} + \dots$: Använd Parsevals formel.

5D Studera exempel 5.17. (Och den teori som föregår exemplet.)

b) Av Eulers formler följer att det delrum av funktionen som spänns upp av $1, \cos \pi t, \sin \pi t, \cos 2\pi t, \sin 2\pi t$ är <u>samma delrum</u> som spänns upp av $e^{-i2\pi t}, e^{-i\pi t}, 1, e^{i\pi t}, e^{i2\pi t}$. ...

5E Uppskatta alltså $\|u - S_N u\|_{2,T}$. Exempel 5.21 är en god guide. Om du redan beräknat $\hat{u}(n)$ i uppg. 4E så bara använd resultatet.

*5F Uttryck $\hat{u}(n)$ mha a_n och b_n (det blir olika uttryck för $n<0$, $n=0$ och $n>0$).
Sätt sedan in dessa uttryck i

$$\fint_T |u(t)|^2 dt = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |\hat{u}(n)|^2 = \dots .$$

*5G Försök hitta ett sätt att utnyttja Cauchy-Schwarz olikhet.