8A Grundstrategi: Bestäm $\hat{u}(\omega)$ genom $\widehat{VL}(\omega) = \widehat{HL}(\omega)$ och transformera sedan tillbaka till $u(t)$. (Som exempel 8.4.)

$\widehat{VL}(\omega)$: Tolka integralen som $(f * u)(t)$ för en lämplig funktion f, så att
$\widehat{VL}(\omega) = \hat{u}(\omega) + \hat{f}(\omega)\hat{u}(\omega)$.

$\widehat{HL}(\omega)$: Tabell.

8B $\hat{u}(\omega)$ bestäms nog enklast mha definitionen (se tips) men kan också trixas fram mha tabell och räkneregler.

Tips: $\hat{u}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) e^{-i\omega t}\, dt = \int_{-2}^{2} (2-|t|)\, e^{-i\omega t}\, dt =$

$$= \int_{-2}^{2} \underbrace{(2-|t|)}_{\text{jämn}} (\underbrace{\cos \omega t}_{\text{jämn}} - \underbrace{i \sin \omega t}_{\text{udda}})\, dt =$$

$$= 2 \int_{0}^{2} (2-t) \cos \omega t\, dt = \ldots .$$

Använd sedan inversionsformeln respektive Parsevals formel på resultatet för att få fram värdena på $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 \omega}{\omega^2}\, d\omega$ och $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^4 \omega}{\omega^4}\, d\omega$.

Värdet på $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^3 \omega}{\omega^3}\, d\omega$ fås till exempel genom att skriva $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^3 \omega}{\omega^3}\, d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \omega}{\omega} \cdot \frac{\sin^2 \omega}{\omega^2}\, d\omega$ och använda Parsevals formel (varianten $\int_{-\infty}^{\infty} u(t)\overline{v(t)}\, dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{u}(\omega)\overline{\hat{v}(\omega)}\, d\omega$).

8C Sätt $U(\omega,t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(x,t)\, e^{-i\omega x}\, dx$ och fortsätt enligt metoden i 8.10.

(Lite knepigt kan vara att tabellen handlar om $\mathcal{F}$ m.a.p. t, medan i dessa räkningar vi har $\mathcal{F}$ m.a.p. x, och t ingår i uttrycken som en parameter.)

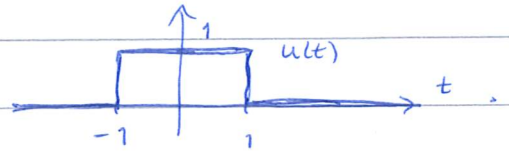
8D Samma typ av problem som 8A.

För att se integralen i VL som en faltning, försök hitta en funktion $f(t)$ s.a.

$$\int_{-\infty}^{t} e^{-2(t-r)} u(r)\,dr = \int_{-\infty}^{\infty} f(t-r)u(r)\,dr.$$

($f(t-r)$ ska alltså vara 0 då $r > t$...)

8E Skissa förstås först u:



Så $\hat{u}(\omega)$ fås direkt ur tabell.

(Obs: använd <u>inte</u> raden $\chi(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} -i\omega^{-1} + \pi\delta(\omega)$!)

Tips: $\int_{-\infty}^{\infty} u_n(t)\,dt = \int_{-\infty}^{\infty} u_n(t)\,e^{-i0t}\,dt$ ....

* 8F Som 8A och 8D.

$$|t|e^{-|t|} = te^{-t}\chi(t) + (-t)e^{t}\chi(-t) \ldots .$$

* 8G Visa t.ex. att förutsättningarna medför att

$w = \hat{u} * \hat{v}$ är kont. och $\in \mathcal{L}^1(\mathbb{R})$ och att $\hat{w} \in \mathcal{L}^1(\mathbb{R})$.

Sats 7.15 ger då att $w = \frac{1}{2\pi}\check{\hat{\hat{w}}} = \ldots$.

Euler...

* 8H T.ex. $\hat{u}(\omega) = \dfrac{8i\sin^3\omega}{\omega^2} = 2i\sin\omega \cdot \dfrac{4\sin^2\omega}{\omega^2}$.

Om $v(t) = \begin{cases} 1, & |t| \leq 1 \\ 0, & |t| > 1 \end{cases}$ är $\hat{v}(\omega) = \dfrac{2\sin\omega}{\omega}$.

Vad blir $(v * v)(t)$? ...