9A Tabell och räkneregler, som sagt...

a) Obs att $t^2+t+1 \notin L^1(\mathbb{R})$, dvs $\int_{-\infty}^{\infty} |t^2+t+1|\,dt$ är divergent. Därför är också integralen $\int_{-\infty}^{\infty} (t^2+t+1)e^{-i\omega t}\,dt$ <u>divergent</u> och meningslös att jobba med, strikt sett. Nej, använd istället att $\hat{1} = 2\pi\delta$, och skriv t som $t \cdot 1$ för att använda regeln $tu(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} i\hat{u}'(\omega)$ ... .

b) Gör först polynomdivision ... .

c) Skriv om $\cos t$ med Eulers formler och använd $\hat{1} = 2\pi\delta$ och några räkneregler... .

d) $\operatorname{sgn} t$ finns inte direkt i tabellen, men kan skrivas på lite olika sätt mha χ och 1:

så $(\operatorname{sgn} t + 1)/2 = \chi(t)$, förutom då $t = 0$, men detta enstaka värde som skiljer sig spelar ingen roll; $\frac{\operatorname{sgn} t + 1}{2}$ och $\chi(t)$ ger upphov till samma distribution.

En annan möjlighet: $\operatorname{sgn} t = \chi(t) - \chi(-t)$.

9B Följ mönstret i beviset av sats 9.21.

9C a) Polynomdivision, dvs $\frac{\omega^2}{\omega^2+a^2} = \frac{\omega^2+a^2-a^2}{\omega^2+a^2} = 1 - \frac{a^2}{\omega^2+a^2} \ldots$.

b) $X(\omega)$ finns inte direkt i tabellen, men det gör $\operatorname{sgn}\omega \ldots$.

c) Uttryck $|\omega|$ på något lämpligt sätt mha $\operatorname{sgn}\omega \ldots$.

d) Kombinera t.ex. raderna för 1 och $X(t)$ och använd någon räkneregel.
Att svara med någonting med $X(t)$ går lika bra som att svara med något med $\operatorname{sgn} t$.

9D Alla lösningar i S' fås genom fouriertransformering. Sedan lägger man till alla homogenlösningar i $D'(\mathbb{R})$ (vissa av dem kanske inte tillhör S') för att få alla lösningar i $D'(\mathbb{R})$. Se exempel 9.23 och 9.24.

(Denna metod förutsätter att man får fram minst en lösning i S'.)

a) ... $\omega^2+1 \neq 0$, så inga divisionsproblem....

Glöm inte att förenkla $\frac{1}{\omega^2+1}\delta(\omega)$ (enl. ex. 2.9 a)).

b) Ett av divisionsproblemen som dyker upp är att hitta w s.a. $(\omega-1)w = -\underline{\omega}^{-1}$.

PBU-metoden fungerar:

$$-\frac{1}{\omega(\omega-1)} = \frac{1}{\omega} + \frac{-1}{\omega-1}, \quad \omega \neq 0, 1,$$

"medför" att $(\omega-1)\left(\underline{\omega}^{-1} - (\underline{\omega-1})^{-1}\right) = -\underline{\omega}^{-1}$.

Kontroll: $(\omega-1)\left(\underline{\omega}^{-1} - (\underline{\omega-1})^{-1}\right) = \omega\underline{\omega}^{-1} - \underline{\omega}^{-1} - (\omega-1)(\underline{\omega-1})^{-1} =$

$= 1 - \underline{\omega}^{-1} - 1 = -\underline{\omega}^{-1}$ ok!

Sedan återstår ändå lite småknöliga räkningar....

c) ... gör (nog) PBU:n $\frac{i\omega+1}{(\omega-1)(\omega+1)(1-i\omega)} = \frac{A}{\omega-1} + \frac{B}{\omega+1} + \frac{C}{1-i\omega}$ ...

Obs att $1-i\omega \neq 0$ $(\omega \in \mathbb{R})$ så kvoten $\frac{C}{1-i\omega}$ är problemfri och finns i tabellen....

9E Som förut för LTI-system gäller $h = S\delta$, vilket ger ekvationen $h'' - 2h' - 3h = 3\delta' - 5\delta$ för h. Lös den genom att fouriertransformera, eftersom $h \in S'$.

*9F Låt $\hat{\hat{u}}$ verka på en testfkn $\varphi \in S$ ....

*9G $\arctan t$ har en trevlig derivata ....

Divisionsproblem: $e^{-|\omega|} = \omega \cdot \boxed{?}$.

Skriv t.ex. $e^{-|\omega|} = e^{-|\omega|} - 1 + 1$ $\quad (1 = e^{-|0|})$

och använd (men visa också) att

$\dfrac{e^{-|\omega|} - 1}{\omega}$, $\omega \neq 0$, är lokalt integrerbar på $\mathbb{R}$.

Till slut bestäms en konstant genom paritet, jämför med exempel 9.22.