

Tentamen i Fourieranalys, TATA77

2021-01-05 kl 8.00–13.00

Inget samarbete med eller hjälp från annan person är tillåtet. Förutom detta är alla hjälpmedel tillåtna, men i lösningarna ska man hålla sig till de definitioner och den notation som finns i **kompendiet och formelsamlingen till TATA77**. Lösningarna ska dessutom vara fullständiga och välmotiverade och avslutade med ett svar där så är lämpligt.

Varje uppgift ger högst tre poäng. En uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst två poäng. För betyget 3, 4 respektive 5 krävs dels minst åtta, elva respektive fjorton poäng totalt, dels minst tre, fyra respektive fem godkända uppgifter.

Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida.

Jourhavande lärare nås på telefon **0703821871**.

1. Använd z-transform för att bestämma den lösning y till ekvationen

$$y(n+2) - 5y(n+1) + 6y(n) = 2\chi(n-5), \quad n \in \mathbb{N},$$

som uppfyller begynnelsevillkoren $y(0) = 1$ och $y(1) = 4$.

2. Använd fourierserier för att bestämma en π -periodisk lösning y till ekvationen

$$y'(t) + y(t - \frac{\pi}{2}) = \sin^2 t, \quad t \in \mathbb{R}.$$

Svaret ska förenklas så att det inte innehåller några icke-reella tal.

3. (a) Förenkla distributionen $e^{2t}\delta'(t/3)$. (1p)

(b) Ange alla lösningar $u \in \mathcal{D}'(\mathbb{R})$ till ekvationen $tu' + u = \delta'$. (2p)

4. Använd fouriertransform för att bestämma alla lösningar $y \in \mathcal{S}'$ till ekvationen

$$y''(t) - y'(t) - 2y(t) = 4 + 12e^{3t}\chi(-t).$$

5. Låt $u(t) = e^{-e^{-t}}$, $t \in \mathbb{R}$, och låt \hat{u} vara u :s laplacetransform. Bestäm det värde på konstanten c för vilket gränsvärdet

$$\lim_{s \rightarrow 0^+} \left(\hat{u}(s) - \frac{c}{s} \right)$$

existerar ändligt, och bestäm gränsvärdet för detta värde på c .

Lycka till!