Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Mats Aigner

Utbildningskod: TATA77
Modul: TEN1

Tentamen i Fourieranalys, TATA77

2025-01-08 kl 14.00–19.00

Inga hjälpmedel, förutom *Formelsamling för Fourieranalys*, MAI.

Till uppgift 1 och 2 ska **endast svar** ges, på ett gemensamt papper. Till uppgift 3–7 ska fullständiga och välmotiverade lösningar ges, avslutade med ett svar där så är lämpligt.

Varje uppgift ger högst tre poäng. En uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst två poäng. För betyget 3, 4 respektive 5 krävs dels minst åtta, elva respektive fjorton poäng totalt, dels minst tre, fyra respektive fem godkända uppgifter.

Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida.

Lämna endast in svar!

1. Ange den lösning y till ekvationen $y(n+2) - y(n+1) - 2y(n) = 6$, $n \in \mathbb{N}$, som uppfyller begynnelsevillkoren $y(0) = 1$ och $y(1) = 2$.

2. Ange en lösning u till integralekvationen $u(t) + \int_0^t e^r u(t-r)\,dr = 2e^{2t}\chi(t)$, $t \geq 0$.

3. (a) Låt $u(t) = e^t$ då $t \geq 0$ och $u(t) = t$ då $t < 0$. Bestäm andraderivatan av u i distributionsmening. (1p)

   (b) Bestäm alla lösningar $u \in \mathcal{D}'(\mathbb{R})$ till ekvationen $tu = 4\delta' + 3$. (1p)

   (c) Bestäm fouriertransformen av distributionen $(\arctan t)\delta''(t)$. (1p)

4. Låt u vara den 2π-periodiska funktion som ges av $u(t) = \cos t$ då $0 \leq t < \pi$ och av $u(t) = 0$ då $\pi \leq t < 2\pi$. Bestäm u:s fourierserie och rita grafen för fourierseriens summa, åtminstone för $-\pi \leq t \leq 3\pi$.

5. Låt $a, b \in \mathbb{R}$ och betrakta begynnelsevärdesproblemet

$$y''(t) - 3y'(t) + 2y(t) = a\delta(t-b),\ t \geq 0, \qquad y(0) = 1,\ y'(0) = 0.$$

   Bestäm a och b så att lösningen $y(t)$ till problemet blir konstant då $t > b$.

6. Bestäm lösningen u till ekvationen $nu(n) + \sum_{k=0}^{n}(2^{n-k}+1)u(k) = 2\delta(n) + 2^n$, $n \in \mathbb{N}$.

7. Låt $u(t) = \ln|t|$, $t \neq 0$. Bestäm u:s fouriertransform i distributionsmening.

Lycka till!