Tips 2.1 – 2.4

2.1 c) kom ihåg envar-derivata av arcsint $\frac{d}{dt}\arcsin t = \frac{1}{\sqrt{1-t^2}}$

d) kvotregeln för derivata är användbar

2.2 b) inre derivata vid derivering på x är $-\frac{y}{x^2}$ (envar-derivata av arctant är $\frac{1}{1+t^2}$)

— 〃 — y är $\frac{1}{x}$

2.4 Utanför (0,0), kvotregeln för derivator

I (0,0) måste definitionen användas.

Lösn. av 2.2b & 2.4 i (0,0) på nästa sida

Lösningar

2.2b $f(x,y,z) = \frac{1}{\sqrt{z}} \arctan \frac{y}{x}$

$$f'_x = \frac{1}{\sqrt{z}} \cdot \frac{1}{1+\left(\frac{y}{x}\right)^2} \cdot \underbrace{\left(\frac{-y}{x^2}\right)}_{\text{inre derivata på } x} = \frac{-y}{\sqrt{z}(x^2+y^2)}$$

$$f'_y = \frac{1}{\sqrt{z}} \frac{1}{1+\left(\frac{y}{x}\right)^2} \cdot \underbrace{\frac{1}{x}}_{\text{inre på } y} \underset{\text{förläng med } x}{=} \frac{x}{\sqrt{z}(x^2+y^2)}$$

$$f'_z = -\frac{1}{2z^{3/2}} \arctan \frac{y}{x}$$

2.4 i origo

Def. av partiell derivata $\quad f'_x(a,b) = \lim_{h\to 0} \frac{f(a+h,b)-f(a,b)}{h}$

$$f'_y(a,b) = \lim_{k\to 0} \frac{f(a,b+k)-f(a,b)}{k}$$

Här är $(a,b)=(0,0)$ och $f(0,0)=0$.

$$f'_x(0,0) = \lim_{h\to 0} \frac{f(h,0)-f(0,0)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3+0^4}{h^2+0^2} - 0}{h} = \lim_{h\to 0} 1 = \underline{\underline{1}}$$

$$f'_y(0,0) = \lim_{k\to 0} \frac{f(0,k)-f(0,0)}{k} = \lim_{k\to 0} \frac{\frac{0^3+k^4}{0^2+k^2} - 0}{k} = \lim_{k\to 0} k = \underline{\underline{0}}$$