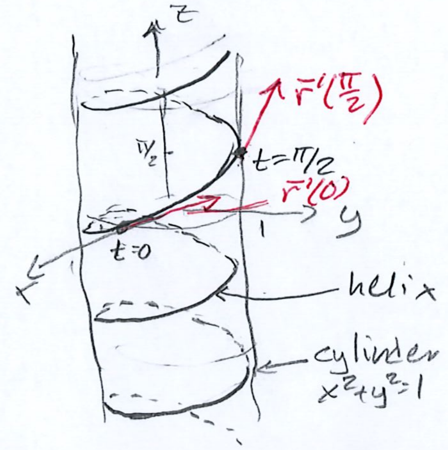
3.2c, 3.3, 3.4

3.2c

$x = \cos t$
$y = \sin t$
$z = t$

$\bar{r}(t) = (\underbrace{\cos t, \sin t}_{\text{går runt på cirkel i xy-led}}, \underbrace{t}_{\text{samtidigt flyttar vi oss i z-led}})$



Kurvan är en helix (ligger i ytan $x^2+y^2=1$, cylinder)
↑spiral

Tangentvektor $\bar{r}'(t) = (-\sin t, \cos t, 1)$

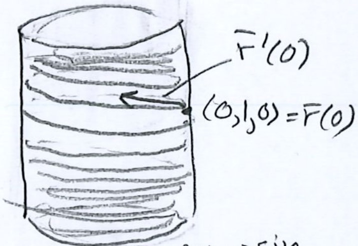
$t=0$ ger punkten $\bar{r}(0) = (1,0,0)$ där tangentvektorn är $\bar{r}'(0) = (0,1,1)$

$t = \frac{\pi}{2}$ ger punkt $\bar{r}(\frac{\pi}{2}) = (0,1,\frac{\pi}{2})$ med $\bar{r}'(\frac{\pi}{2}) = (-1,0,1)$

Snyggare bild, se "Några parameterkurvor i 2D och 3D" i lektionsmaterial, lektion 5.

3.3

$\left\{\begin{array}{l} x = \sin t \\ y = \cos t \\ z = \arctan t \end{array}\right.$ $\left.\begin{array}{l} \} \text{ igen på cylinder} \\ \\ \} \Rightarrow -\frac{\pi}{2} < z < \frac{\pi}{2} \end{array}\right\}$ en ihoptryckt spiral (snurrar fortare och fortare längst upp och längst ner, vid $z = \pm\frac{\pi}{2}$)



$\{x \to \sin$
$\{y \to \cos$
snurrar motsatt mot 3.2c.

$\bar{r}(t) = (\sin t, \cos t, \arctan t) \Rightarrow$
$\bar{r}'(t) = (\cos t, -\sin t, \frac{1}{1+t^2})$
$t=0$ ger punkt $\bar{r}(0) = (0,1,0)$ med tangentvektor $\bar{r}'(0) = (1,0,1)$

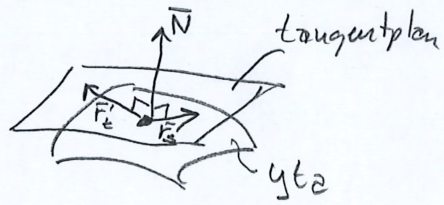
Tangentlinje i $(0,1,0)$: $(x,y,z) = \underbrace{(0,1,0)}_{\text{punkt på linjen}} + s\underbrace{(1,0,1)}_{\text{riktnings vektor}}$, $\underbrace{s \in \mathbb{R}}_{\text{parameter}}$

[Parameterfri form:
($s \Rightarrow$) $x = z$, $y = 1$]

3.4 Yta $\bar{r}(s,t) = (x(s,t), y(s,t), z(s,t)) = (se^t - 1, \sin st, 2s + \arcsin t)$

tangentvektorer till ytan $\left\{\begin{array}{l} \bar{r}'_s = (e^t, t\cos st, 2) \\ \bar{r}'_t = (se^t, s\cos st, \frac{1}{\sqrt{1-t^2}}) \end{array}\right.$

normalvektor $\bar{N} = \bar{r}'_s \times \bar{r}'_t$



Om $(s,t) = (1,0)$ har vi punkten $\bar{r}(1,0) = (1-1, \sin 0, 2+0) = (0,0,2)$ i ytan

med $\bar{r}'_s = (e^0, 0\cos 0, 2) = (1,0,2)$ och $\bar{r}'_t = (1\cdot 1, 1\cdot\cos 0, 1) = (1,1,1) \Rightarrow$

$\bar{N} = (1,0,2) \times (1,1,1) = (-2,1,1)$, normal till ytan och till tangentplanet

Planet blir $\bar{N} \cdot (x-0, y-0, z-2) = 0 \Rightarrow -2x + y + (z-2) = 0 \Rightarrow$

$\underline{-2x + y + z = 2}$ normalform (parameterfri)

Parameterform $(x,y,z) = \underbrace{(0,0,2)}_{\text{punkt i planet}} + s\underbrace{(1,0,2)}_{\text{2 vektorer i planet}} + t(1,1,1)$