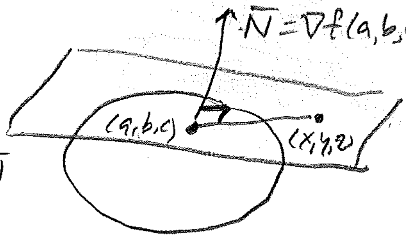
Lösn. 2.49

a) Tangentplan till ytan $\underbrace{x^2+2y^2+3z^2}_{f(x,y,z)}=20$ i punkten $(a,b,c)=(3,-2,-1)$



(Test att punkten i ytan: $f(3,-2,-1)=9+8+3=20$ ok.)

$\nabla f(x,y,z)=(2x,4y,6z) \Rightarrow \nabla f(3,-2,-1)=(6,-8,-6)=\bar{N}$

(x,y,z) i planet $\Leftrightarrow$ $\bar{N}\cdot(x-a,y-b,z-c)=0$ $\Leftrightarrow$

$(6,-8,-6)\cdot(x-3,y+2,z+1)=0 \Leftrightarrow 6(x-3)-8(y+2)-6(z+1)=0 \Leftrightarrow$

$\underline{6x-8y-6z}=18+16+6=\underline{40} \Leftrightarrow \underline{3x-4y-3z=20}$

b) Tangentplan till $z=\underbrace{x^2y}_{f(x,y)}$ i $\underbrace{(-2,1,4)}_{(a,b,c)}$ $[x=-2, y=1 \Rightarrow z=x^2y=4$ ok$]$

Två sätt:

1. Planet är $z=f(a,b)+f'_x(a,b)(x-a)+f'_y(a,b)(y-b)$

$f'_x=2xy$, $f'_y=x^2 \Rightarrow$ $\underline{z}=\underbrace{f(-2,1)}_{4}+\underbrace{f'_x(-2,1)}_{-4}(x+2)+\underbrace{f'_y(-2,1)}_{4}(y-1)=$

$=4-4(x+2)+4(y-1)=\underline{-4x+4y-8}$

2. Sätt $g(x,y,z)=z-x^2y \Rightarrow$ ytan är nivåyta $g=0$ med normal ∇g

$\nabla g(x,y,z)=(-2xy,-x^2,1) \Rightarrow \nabla g(a,b,c)=\nabla g(-2,1,4)=(4,-4,1)=\bar{N} \Rightarrow$

planet fås av $\bar{N}\cdot(x-a,y-b,z-c)=0 \Rightarrow$

$(4,-4,1)\cdot(x+2,y-1,z-4)=0 \Rightarrow 4(x+2)-4(y-1)+z-4=0 \Rightarrow$

$\underline{4x-4y+z=-8}$