

Tentaformulär för Dugga 2 i Matematisk grundkurs

2024–11–01 kl 14.00–18.00

Penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva/radianskiva utan formler får användas. Formelsamling, räknedosa och andra hjälpmedel är ej tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Uppgifterna bedöms med 0–3 poäng. För godkänt betyg (G) räcker 9 poäng. Poängen på godkända duggor summeras och avgör slutbetyget.

Svar mm finns att hämta på kurshemsidan efter duggans slut. Resultat meddelas i e-brev.

- (a) Lös olikheten $\frac{2}{x+1} > \frac{x-1}{2}$. (1 p)

(b) Skriv om $\frac{2x^3 - x^2 + x}{x^2 + 1}$ på en form där man tydligt kan avläsa divisionens kvot och rest. (1 p)

(c) Vilka komplexa z uppfyller sambandet $z(z + \bar{z}) = 8 + 12i$? (1 p)
- (a) Lös ekvationen $2 \ln(3 - 2x) - \ln(3 - x) + \ln \frac{1}{8} = 0$. (2 p)

(b) Beräkna $\arccos\left(\cos \frac{53\pi}{5}\right)$. (1 p)
- På denna uppgift ska *endast svar* ges. *Inga* lösningar ska lämnas in på uppgift 3.

(a) Lös ekvationen $\cos x + \cos 5x = 0$. (1 p)

(b) Ange definitionen av e^{ix} för $x \in \mathbf{R}$. (1 p)

(c) För vilka $x \in \mathbf{R}$ gäller det att $\frac{\ln(xe)}{\ln x^2} = \ln \sqrt{x}$? (1 p)
- Bestäm D_f samt (om möjligt) ett uttryck för f^{-1} om $f(x) = \ln \frac{x-1}{3x+5}$.
- Skriv $\sin 5x \cos 3x + \sin 7x \sin 9x$ som en summa cos- och/eller sin-termer.
Lös också ekvationen $2 \sin 5x \cos 3x + 2 \sin 7x \sin 9x = \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$.
- Förenkla $\arctan \frac{1}{5} - \arccos\left(-\frac{3}{\sqrt{13}}\right)$ så långt som möjligt.
- Visa att $\frac{1}{4} < (e-1) \sum_{k=1}^n \ln(e^{-k} + 1) < 1$ för $n = 1, 2, 3, \dots$