

Tentamen i Matematisk grundkurs 2021-01-06 kl 14-19

Penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva får användas. Formelsamlingar och andra hjälpmedel är ej tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

En tentand som fått färre än 9 skrivningspoäng får addera intjänade bonuspoäng¹ till sin skrivningspoäng så länge summan av bonuspoäng och skrivningspoäng inte överstiger 9.

För betyg 3, 4 och 5 räcker 9, 12 resp. 15 poäng.

Svar mm finns på kurshemsidan efter tentamens slut. Resultat meddelas via e-brev.

1. (a) Lös olikheten $\frac{2}{x+2} \geq \frac{3}{x+3}$. (1 p)

(b) I en aritmetisk summa s med 200 termer är första termen 1 och skillnaden mellan tredje och sjunde termen 16. Skriv s med summatecken samt beräkna s . (1 p)

(c) Lös ekvationen $(1-i)z - 3i\bar{z} = 2$. (1 p)

2. (a) Lös ekvationen $\frac{e^x - 5}{e^x + 4} = 2e^{-x}$. (2 p)

(b) Vilka tal x uppfyller sambandet $\ln(|\ln x|) = 2$? (1 p)

3. (a) Beräkna $\sin\left(\arctan\frac{7}{2}\right)$. (1 p)

(b) Finn alla lösningar till ekvationen $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 3\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 4\sin 2x$. (2 p)

4. Skriv $f(x) = 2\cos 3x - 2\sin 3x$ på formen $f(x) = C\sin(3x + \varphi)$ där $C > 0$.
Lös också ekvationen $f(x) = \sqrt{6}$.

5. Bestäm D_f och (om möjligt) ett uttryck för f^{-1} om $f(x) = \sqrt{\ln\left(\frac{1-x}{2-x}\right)}$.

6. Vilket av talen $\alpha = \frac{1}{2}\arctan\frac{12}{5}$ och $\beta = \arctan\frac{2}{3}$ är störst?

7. Visa att $\frac{1}{(n+1)!} < \ln\left(\frac{2}{1}\right) \cdot \ln\left(\frac{3}{2}\right) \cdot \ln\left(\frac{4}{3}\right) \cdot \dots \cdot \ln\left(\frac{n+1}{n}\right) < \frac{1}{n!}$ för $n = 1, 2, 3, \dots$

¹Godkänd dugga 1 ger 2 bonuspoäng. Godkänd dugga 2 ger 4 bonuspoäng