

Tentamen i Matematisk grundkurs 2021-01-06 kl 08-13

Penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva får användas. Formelsamlingar och andra hjälpmedel är ej tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

En tentand som fått färre än 9 skrivningspoäng får addera intjänade bonuspoäng¹ till sin skrivningspoäng så länge summan av bonuspoäng och skrivningspoäng inte överstiger 9.

För betyg 3, 4 och 5 räcker 9, 12 resp. 15 poäng.

Svar mm finns på kurshemsidan efter tentamens slut. Resultat meddelas via e-brev.

1. (a) Finn största värdet av $p(x) = 12x - 4x^2 - 12$ med hjälp av kvadratkomplettering. (1 p)
(b) En geometrisk summa s med första term 2 och kvot $\frac{1}{2}$ har n termer. Skriv s med summatecken samt ange minsta möjliga värde på n så att $s \geq \frac{1023}{256}$. (2 p)
2. (a) Rita kurvan $y = 2 + \arccos \frac{x}{4}$. Axlarna måste förstås vara så tydligt graderade att högerledets definitions- och värdemängd tydligt kan avläsas i din figur. (1 p)
(b) Finn alla lösningar till ekvationen $5 \sin x + 3 = 0$. Ange också alla lösningar x som uppfyller villkoret $-2\pi < x < 2\pi$. (2 p)
3. (a) Lös ekvationen $3 \ln 2 - \ln(x + 4) - \ln(x + 6) = 0$. (2 p)
(b) Vilka tal x uppfyller sambandet $2 \cdot 5^x = 3 \cdot 6^x$? (1 p)
4. Lös ekvationen $4 \sin^2 3x \cos 2x = 3 \cos 2x - \cos 4x$.
5. (a) Bestäm D_f och (om möjligt) ett uttryck för f^{-1} om $f(x) = \ln \left(\frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} \right)$. (2 p)
(b) Lös ekvationen $4 \cosh 4x = 5$. (1 p)
6. Finn alla komplexa lösningar till ekvationen $z^6 + z^3 = -1$.
7. Ange D_f och ett uttryck för f^{-1} om man vet att D_f är det största möjliga intervall sådant att $f(x) = 2\sqrt{x} e^{-(\ln x)^2}$ är injektiv och $f^{-1}(2) = 1$.

¹Godkänd dugga 1 ger 2 bonuspoäng. Godkänd dugga 2 ger 4 bonuspoäng