

Tentamen i Matematisk grundkurs 2021-08-17 kl 14-19

Penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva får användas. Formelsamlingar och andra hjälpmedel är ej tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

En tentand som fått färre än 9 skrivningspoäng får addera intjänade bonuspoäng¹ till sin skrivningspoäng så länge summan av bonuspoäng och skrivningspoäng inte överstiger 9.

För betyg 3, 4 och 5 räcker 9, 12 resp. 15 poäng.

Svar mm finns på kurshemsidan efter tentamens slut. Resultat meddelas via e-brev.

1. (a) Lös ekvationen $\sqrt{2x+30} + x + 3 = 0$. (1 p)
(b) Bestäm absolutbeloppet av $z = 2i - \frac{5+6i}{3-4i}$. (1 p)
(c) Beräkna $\sum_{k=49}^{950} (1+2k)$. (1 p)
2. (a) Bestäm alla reella x som uppfyller sambandet $\cos\left(x + \frac{\pi}{7}\right) = \cos\left(3x + \frac{\pi}{5}\right)$. (1 p)
(b) Förenkla $\sin\left(\arccos \frac{1}{5}\right)$. (1 p)
(c) Förenkla $\arcsin\left(\sin \frac{48\pi}{5}\right)$. (1 p)
3. (a) Lös ekvationen $\ln(3-x) - \ln(-x) = \ln(2-x^2) + 2\ln 2$. (2 p)
(b) För vilka $x \in \mathbf{R}$ gäller $e^x + e^{x+1} = 1$? (1 p)
4. Skriv $\sin x \sin 3x \sin 5x$ som en summa av cos- och/eller sin-termer. Lös också ekvationen $4 \sin x \sin 3x \sin 5x = \sin 3x - \sin x$.
5. Skriv $w = \frac{2i-2}{\sqrt{3}+i}$ på polär form och lös sedan ekvationen $z^5 = \frac{2i-2}{\sqrt{3}+i}$.
6. Bestäm D_f och (om möjligt) ett uttryck för f^{-1} om $f(x) = \sqrt{4^{-x} - 6 \cdot 2^{-x}}$.
7. Visa att $\frac{2}{\pi} \frac{x - x^{n+1}}{1-x} < \sum_{k=1}^n \sin(x^k) < \frac{x - x^{n+1}}{1-x}$ för $0 < x < 1$ och $n = 1, 2, 3, \dots$

¹Godkänd dugga 1 ger 2 bonuspoäng. Godkänd dugga 2 ger 4 bonuspoäng