

## Tentamen i Matematisk grundkurs 2025-01-10 kl 8-13

Penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva/radianskiva utan formler får användas. Formelsamling, räknedosa och andra hjälpmedel är ej tillåtna.

Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. På uppgift 3 ska dock *endast svar* ges. Svaren ska förstås ges på enklast möjliga form.

En tentand som fått färre än 9 skrivningspoäng får addera intjänade bonuspoäng<sup>1</sup> till sin skrivningspoäng så länge summan av bonuspoäng och skrivningspoäng inte överstiger 9.

För betyg 3, 4 och 5 räcker 9, 12 resp. 15 poäng.

Svar mm finns på kurshemsidan efter tentamens slut. Resultat meddelas via e-brev.

1. (a) Beräkna  $\sum_{k=-11}^{69} (7 - 3k)$ . (1 p)

(b) Cirkeln  $C$  har medelpunkt i  $(1, 1)$  och radie 2. Linjen  $L$  går genom  $(-1, 2)$  och  $(2, -2)$ . Bestäm alla skärningspunkter mellan  $C$  och  $L$ . (2 p)

2. Finn alla reella lösningar till ekvationen  $8^x - 3 \cdot 4^x + 2 = 0$ .

3. På denna uppgift ska *endast svar* ges. *Inga* lösningar ska lämnas in på uppgift 3.

(a) Beräkna  $\cos\left(\arctan\frac{2}{3}\right)$ . (1 p)

(b) Lös ekvationen  $\cos\left(2x + \frac{2\pi}{5}\right) = \cos 3x$ . (1 p)

(c) Bestäm  $\arcsin\left(\cos\frac{104\pi}{5}\right)$ . (1 p)

4. (a) Bestäm  $D_f$  och (om möjligt) ett uttryck för  $f^{-1}$  om  $f(x) = \ln(7-2x) - \ln(10-x)$ . (2 p)

(b) För vilka  $z \in \mathbf{C}$  gäller det att  $z^2 - 4z + 8 = 0$ ? (1 p)

5. Lös ekvationen  $\sin x = 2 \sin 3x + \sqrt{3} \cos x$ .

6. Förenkla  $\alpha = \arctan 2 - \arccos\left(-\frac{1}{\sqrt{10}}\right)$  så långt som möjligt.

7.  $f(x) = \sin(e^x)$  och  $D_f$  är det längsta möjliga intervallet som är en delmängd av intervallet  $]0, \infty[$  och är sådant att  $f$  är injektiv.

Bestäm  $D_f$  samt ett uttryck för  $f^{-1}$ .

---

<sup>1</sup>Godkänd dugga 1 ger 2 bonuspoäng. Godkänd dugga 2 ger 4 bonuspoäng.