

Dugga 1 i Matematisk grundkurs

2019-09-21 kl 8.00–11.00

Penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva får användas. Formelsamlingar och andra hjälpmedel är ej tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Kom ihåg att skriva program och grupp på omslaget.

Uppgifterna bedöms med 0–3 poäng. För godkänt betyg (G) räcker 7p. Poängen på godkända duggor summeras och avgör slutbetyget.

Svar mm finns att hämta på kurshemsidan efter tentamens slut. Resultat meddelas via e-brev.

1. (a) Beräkna $\binom{16}{13}$. (1 p)
(b) Bestäm alla komplexa lösningar till $3z - (1 - i)\bar{z} = i + \operatorname{Re} z$. (1 p)
(c) Beräkna $\sum_{k=1}^5 \frac{2^k}{k}$. (1 p)
2. Lös olikheten $\frac{x+1}{2-x} - \frac{1}{x-1} < 3$.
3. Vilka reella x uppfyller sambandet $|5+x| - 2|1-2x| = 1$?
4. (a) Använd kvadratkomplettering för att bestämma $k \in \mathbf{R}$ så att $p(x) = 2x^2 + kx + 3$ antar sitt minsta värde i $x = \frac{1}{2}$. Ange också det minsta värdet. (1 p)
(b) Vilka $z \in \mathbf{C}$ är lösningar till $4z^2 + 15 + 8i = 0$? (2 p)
5. Antag att $p(z) = z^4 + az^3 + bz^2 + cz + d$, där $a, b, c, d \in \mathbf{R}$, enbart har icke-reella nollställen och att alla dessa ligger på avståndet 1 från origo.
Visa att $a = c$, $d = 1$ och $-2 < b < 6$.