Svar (med ledningar) TATB01 2025-09-09

1. (a) Man kan skriva uttrycket i beloppet som $-3-4i$.
   (b) Använd definitionen av binomialkoefficient.
   (c) Kvadratkomplettering med avseende på x respektive y visar att ekvationen är ekvivalent med
   $$(x+1/2)^2+(y-1)^2=7.$$
   Svar: (a) 5 (b) 2925 (c) medelpunkt $(-1/2, 1)$; radie $\sqrt{7}$.

2. Dela upp i 3 fall: $x \le -3/2$, $-3/2 \le x \le 5$ och $x \ge 5$. Lös sedan ekvationen i varje fall.
   Svar: $x = -11/5$ är den enda lösningen.

3. Kvadratkomplettering av vänsterledet visar att
   $$z^2+(4-2i)z = 2+16i \quad \Leftrightarrow \quad (z+2-i)^2 = 5+12i.$$
   Låt $z+2-i = x+iy$ där x, $y \in \mathbf{R}$ och betrakta real- och imaginärdel:
   $$x^2+2ixy-y^2 = 5+12i \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x^2-y^2=5, \\ xy=6. \end{cases}$$
   Hjälpekvationen kan skrivas $x^2+y^2=13$.
   Svar: $z = 1+3i$ eller $z=-5-i$.

4. Isolering av kvadratroten,
   $$\sqrt{2x-1} = \sqrt{3}(1-x),$$
   kvadrering (där vi bara får implikation) följt av en noggrann kontroll ger svaren.
   Svar: $x = 2/3$.

5. Skriv summan på formen $s = a+aq+aq^2+aq^3$. Ur texten fås $a+aq=6$ och $a-aq^2=4$. Bilda kvoten av ekvationerna:
   $$\frac{a-aq^2}{a+aq} = \frac{4}{6} \quad \Leftrightarrow \quad q=\frac{1}{3}.$$
   Divisionen är OK då $a(1+q) \neq 0$.
   Svar: $aq^3 = \dfrac{1}{6}$.