

Dugga 2 i Matematisk grundkurs

2016–10–22 kl 8.00–12.00

Inga hjälpmedel är tillåtna (penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva *får* användas). Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Uppgifterna bedöms med 0–3 poäng. För godkänt betyg (G) räcker 9 poäng. Poängen på godkända duggor summeras och avgör slutbetyget.

Svar mm finns att hämta på kurshemsidan efter duggans slut. Resultat meddelas i e-brev.

1. (a) Lös olikheten $x \cdot \frac{x+2}{2-3x} > 8x+3$. (2 p)

(b) Skriv $\sum_{k=0}^{42} \binom{42}{k} 3^{42-k} 2^k$ på enklast möjliga form. (1 p)

2. (a) Finn alla lösningar till ekvationen $\sqrt{3} \tan x = -1$. (1 p)

(b) Beräkna $\tan \alpha$ och $\sin \beta$ om $\alpha = \arcsin \frac{1}{4}$ och $\beta = 2 \arctan \frac{5}{12}$. (2 p)

3. (a) Vilka x uppfyller sambandet $\ln 4x^2 = 2 \ln(x+5) + \ln x^2$? (1 p)

(b) Lös ekvationen $49^x - 7^{x+1} + 12 = 0$. (1 p)

(c) Visa att $2^x \cdot 3^x = 6^x$ för alla reella x .
Räknelagar för $\ln$ och $\exp$ får användas utan att du först bevisar dem. (1 p)

4. Skriv $\sin 3x \cos^2 4x$ som en summa av cos- och/eller sin-termer.

Lös också ekvationen $4 \sin 3x \cos^2 4x = 3 \sin 3x - \sin 5x$.

5. (a) Skriv $w = \left(\frac{1-i}{\sqrt{3}+i} \right)^{15}$ på formen $w = a + bi$, $a, b \in \mathbf{R}$. (1 p)

(b) Finn alla komplexa lösningar till ekvationen $z^3 = 1 + 2i$. (2 p)

6. Bestäm D_f och (om möjligt) ett uttryck för f^{-1} om $f(x) = \ln(2\sqrt{1-x} - 2\sqrt{1+x})$.

7. Beräkna $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \arcsin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi k}{2n}\right)$ för $n = 1, 2, 3, \dots$