

Dugga 2 i Matematisk grundkurs

2017-09-25 kl 8.00-12.00

Inga hjälpmedel är tillåtna (penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva *får* användas). Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Uppgifterna bedöms med 0-3 poäng. För godkänt betyg (G) räcker 9 poäng. Poängen på godkända duggor summeras och avgör slutbetyget.

Svar mm finns att hämta på kurshemsidan efter duggans slut. Resultat meddelas i e-brev.

1. (a) Lös ekvationen $3 + \sqrt{3x^2 - 9x + 7} = x$. (2 p)
(b) Låt $p(x) = x^3 - 2x^2 + 7$ och $q(x) = x^2 + 1$.
Bestäm kvoten och resten vid divisionen $\frac{p(x)}{q(x)}$.
Ange också ett samband mellan $p(x)$, $q(x)$ samt denna kvot och rest. (1 p)
2. (a) Finn alla lösningar till ekvationen $\ln\left(\frac{5}{2} - x\right) - 2\ln(x+1) = \ln\frac{9}{2}$. (2 p)
(b) Vilka x uppfyller sambandet $x^{\ln x} = \sqrt{e}$? (1 p)
3. (a) För vilka x är $\cos 2x - 3\cos x = 1$? (2 p)
(b) Skriv $e^{i\arccos\frac{1}{4}}$ på formen $a + ib$ med $a, b \in \mathbf{R}$. (1 p)
4. Bestäm D_f och (om möjligt) ett uttryck för f^{-1} om $f(x) = \sqrt{\frac{4}{1-2x}} - 1$.
5. Lös ekvationen $2^3 \cdot 27^{-x} + 3^{-x} + 6 = 2 \cdot 9^{1-x}$.
6. (a) Visa att $e^x \cdot e^y = e^{x+y}$ för alla reella x och y .
Räknelagar för $\ln$ får användas utan att du först bevisar dem. (1 p)
(b) Skriv $f(x) = \arcsin(\sin x) + \arccos(\cos x)$, $-\pi \leq x \leq \pi$ utan arcusfunktioner. (2 p)
7. Bestäm alla $a > 1$ sådana att avståndet mellan 2 olika komplexa lösningar till ekvationen $z^{12} + (1-a)z^6 = a$ alltid är minst 1.