

Dugga 2 i Matematisk grundkurs

2018–10–01 kl 8.00–12.00

Inga hjälpmedel är tillåtna (penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva *får* användas). Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Uppgifterna bedöms med 0–3 poäng. För godkänt betyg (G) räcker 9 poäng. Poängen på godkända duggor summeras och avgör slutbetyget.

Svar mm finns att hämta på kurshemsidan efter duggans slut. Resultat meddelas i e-brev.

1. (a) Lös ekvationen $\sqrt{12 - 2x^2} - x = 4$. (2 p)
- (b) Beräkna $\sum_{k=2}^{101} (4^k + 2^k)$. (1 p)
2. (a) För vilka x är $\frac{\ln(x+4)}{\ln(8-x)} = 2$? (2 p)
- (b) Vilka reella x uppfyller sambandet $e^x - 4e^{-x} = 3$? (1 p)
3. (a) Finn alla lösningar till ekvationen $\cos 2x = \sin 3x$. (1 p)
- (b) Antag att $\cos v = \frac{1}{5}$. Bestäm alla värden som $\sin 2v$ och $\cos 2v$ kan anta. (1 p)
- (c) Beräkna $\sin\left(\arctan\left(-\frac{1}{\sqrt{6}}\right)\right)$. (1 p)
4. Lös ekvationen $\sin 3x - \cos 3x = 1$.
5. Bestäm D_f och (om möjligt) ett uttryck för f^{-1} om $f(x) = \frac{1}{\ln\left(\frac{2x-1}{x+3}\right)}$.
6. Beräkna $v = 2 \arctan \sqrt{2} + \arccos \frac{1}{3}$.
7. Visa att $\sum_{k=1}^n \sin 2kx = \frac{\sin(n+1)x \cdot \sin nx}{\sin x}$ för $n \geq 1$ och $x \neq m\pi$, $m \in \mathbf{Z}$.