

Dugga 2 i Matematisk grundkurs

2018–10–25 kl 8.00–12.00

Inga hjälpmedel är tillåtna (penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva *får* användas). Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Uppgifterna bedöms med 0–3 poäng. För godkänt betyg (G) räcker 9 poäng. Poängen på godkända duggor summeras och avgör slutbetyget.

Svar m m finns att hämta på kurshemsidan efter duggans slut. Resultat meddelas i e-brev.

1. (a) Ange ett polynom $p(x)$ av grad minst 1 sådant att $p(3) = -17$ är p 's största värde. (1 p)
- (b) Beräkna $\operatorname{Im} \left(\frac{1}{2+3i} + i \frac{1}{2i-3} \right)$. (1 p)
- (c) Lös olikheten $\frac{1}{x} > x$. (1 p)
2. (a) Lös ekvationen $\sin \left(2\alpha + \frac{\pi}{5} \right) = \sin \left(5\alpha - \frac{9\pi}{10} \right)$. (1 p)
- (b) Bestäm v om man vet att $\cos v = \frac{1}{5}$. (1 p)
- (c) Beräkna $\sin \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \left(\frac{1}{3} \right) \right)$. (1 p)
3. (a) För vilka $x \in \mathbf{R}$ är $8^x - 4^{x+\frac{1}{2}} = 3(2^x - 2)$? (2 p)
- (b) Lös ekvationen $\frac{\ln(x^2 + 2x + 1)}{\ln(x + 1)} = \ln(x - 1)$. (1 p)
4. (a) Skriv $f(x) = \cos x \sin 3x + \cos 6x \sin 2x$ som en summa av cos- och/eller sin-termer. (2 p)
- (b) Förenkla $\tan \left(1 + \frac{\arcsin(\sin 3)}{\arccos(\cos 3)} \right)$. (1 p)
5. Bestäm D_f och (om möjligt) ett uttryck för f^{-1} om $f(x) = \ln(1 - \ln(1 + 2x))$.
6. Finn alla $z \in \mathbf{C}$ som uppfyller $(z - 3 - 3i)^5 = (3i - \sqrt{3})(-3 - 3i)$.
7. Lös ekvationen $\cos(2^{-1}x) \cos(2^{-2}x) \cdot \dots \cdot \cos(2^{-n}x) = 2^{-n}$ för $n = 1, 2, 3, \dots$