

Dugga 2 i Matematisk grundkurs

2019-09-30 kl 8.00-12.00

Penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva får användas. Formelsamlingar och andra hjälpmedel är ej tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Uppgifterna bedöms med 0-3 poäng. För godkänt betyg (G) räcker 9 poäng. Poängen på godkända duggor summeras och avgör slutbetyget.

Svar m m finns att hämta på kurshemsidan efter duggans slut. Resultat meddelas i e-brev.

1. (a) Ange medelpunkt och radie för cirkeln $x^2 + y^2 = x - 3y + 2$. (1 p)
(b) Beräkna $\sum_{k=-2}^{13} 2^{2k}$. (1 p)
(c) Utveckla $\left(\frac{z}{2} - i\right)^6$. (1 p)
2. (a) För vilka $x \in \mathbf{R}$ är $\ln(x+2) - \ln(x+6) - \ln x + \ln 9 = 0$? (2 p)
(b) Lös ekvationen $e^{\frac{1}{2} \ln x^2} = 3$. (1 p)
3. (a) Finn alla lösningar till ekvationen $\cos 2x = \cos\left(\frac{5\pi}{7} - 3x\right)$. (1 p)
(b) Lös ekvationen $\tan 2x = 2 \sin 2x$. (1 p)
(c) Beräkna $\tan\left(\arccos\left(-\frac{5}{6}\right)\right)$. (1 p)
4. Låt $f(x) = 3 \cos x - \sqrt{3} \sin x$. Använd en omskrivning med hjälpvinkel (d v s en fasvinkelomskrivning) till att beräkna f 's största värde samt ange i vilken/vilka punkter detta värde antas.
5. (a) Skriv $f(x) = \sin 3x \cos 2x$ som en summa av cos- och/eller sin-termer. (1 p)
(b) Finn ett heltal k med $0 \leq k \leq 5$ så att $x = -\frac{\pi}{12}$ är en lösning till ekvationen $\sin 3x \cos 2x = \sin kx \cos 3x$. Lös också ekvationen fullständigt för detta k . (2 p)
6. Ange (om möjligt) uttryck för f^{-1} , g^{-1} och h^{-1} om
$$\begin{aligned} f(x) &= \sqrt{-\ln x} \quad , \quad 0 < x \leq 1 \\ g(x) &= \sin x \quad , \quad 0 \leq x < \pi \\ h(x) &= \cos x \quad , \quad 3\pi \leq x \leq 4\pi \end{aligned}$$
7. Lös ekvationen $\arctan 3x + \arctan 5x = -\frac{\pi}{2} + \arctan x$.