

Dugga 2 i Matematisk grundkurs

2019–10–31 kl 8.00–12.00

Penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva får användas. Formelsamlingar och andra hjälpmedel är ej tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Uppgifterna bedöms med 0–3 poäng. För godkänt betyg (G) räcker 9 poäng. Poängen på godkända duggor summeras och avgör slutbetyget.

Svar m m finns att hämta på kurshemsidan efter duggans slut. Resultat meddelas i e-brev.

1. (a) Lös olikheten $2x + 1 \geq \frac{1}{x + 1}$. (1 p)
- (b) Beräkna $\sum_{k=-2}^{197} (3 + 2k)$. (1 p)
- (c) Bestäm $\left| 2 + \frac{i}{1 - i} \right|$. (1 p)
2. Bestäm D_f samt (om möjligt) ett uttryck för f^{-1} om $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-4}}$.
3. (a) Finn alla lösningar till ekvationen $\sin 3x = \sin \left(x + \frac{\pi}{5} \right)$. (1 p)
- (b) Beräkna $\cos \left(\arcsin \frac{5}{6} \right)$. (1 p)
- (c) Beräkna $\sum_{k=1}^5 \arccos(\cos k)$. (1 p)
4. (a) Lös ekvationen $4 \sinh x - 3 \cosh x = 3$ där $\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$, $\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$. (2 p)
- (b) Förenkla uttrycket $\frac{(\ln ex)^2 - \ln x^2 - 2}{1 + \ln \frac{1}{x}}$ så långt som möjligt. (1 p)
5. (a) Bevisa räknelagen $e^{ix} \cdot e^{iy} = e^{i(x+y)}$, $x, y \in \mathbf{R}$. (1 p)
- (b) Finn alla komplexa lösningar till ekvationen $z^{10} + 10 + 10i = 0$. (2 p)
6. Skriv $\alpha = \arcsin \left(-\frac{2}{3} \right) - \arccos \frac{1}{\sqrt{6}}$ med högst en arcus-term.
7. (a) Förenkla $\sum_{k=1}^n \ln \left(1 + \frac{1}{k} \right)$. (1 p)
- (b) Finn ett reellt tal C sådant att $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} > 1\,000\,000$ om $n > C$. (2 p)