

Tentamen i Matematisk grundkurs 2020-01-09 kl 14-19

Penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva får användas. Formelsamlingar och andra hjälpmedel är ej tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

En tentand som fått färre än 9 skrivningspoäng får addera intjänade bonuspoäng¹ till sin skrivningspoäng så länge summan av bonuspoäng och skrivningspoäng inte överstiger 9.

För betyg 3, 4 och 5 räcker 9, 12 resp. 15 poäng.

Svar mm finns på kurshemsidan efter tentamens slut. Resultat meddelas via e-brev.

1. (a) För vilka reella x är $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{1+x}}$ definierad? Lös ekvationen $f(x) = 2$. (1 p)
(b) Bestäm minsta värdet till $p(x) = 2x^2 - 5x + 4$ med kvadratkomplettering samt ange var detta värde antas. (1 p)
(c) Bestäm alla komplexa lösningar till $\operatorname{Re} z + (2i + 1)z = 1 - i$. (1 p)
2. Bestäm D_f och D_g samt (om möjligt) uttryck för f^{-1} och g^{-1} om $f(x) = \frac{e^x + 2}{e^x - 3}$ och $g(x) = \sqrt{1 + \sin x}$.
3. (a) Beräkna $\sin\left(\arctan \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$. (1 p)
(b) Rita grafen till $f(x) = 1 + 2\arcsin \frac{x}{3}$. Axlarna måste förstås vara så tydligt graderade att D_f och V_f tydligt kan avläsas i din figur. (1 p)
(c) Visa att $e^x \cdot e^y = e^{x+y}$ för alla reella x och y . Alla resultat som bevisats före detta i kursen, får användas utan bevis. (1 p)
4. Lös ekvationen $4 \sin x \sin 2x \cos 4x = \cos 3x + \cos 5x$.
5. Skriv $v = \arctan 3\sqrt{3} + \arctan \frac{\sqrt{3}}{2}$ på enklast möjliga form.
6. Lös olikheten $\frac{4 + \ln x^4}{2 + \ln \frac{1}{x}} - \frac{6}{\ln(ex^2)} \leq 1$.
7. Lös ekvationen $\cos^6 x \cdot \sum_{k=0}^6 i^k \binom{6}{k} \tan^k x = a(1 + i)$ för alla reella värden på a .

¹Godkänd dugga 1 ger 2 bonuspoäng. Godkänd dugga 2 ger 4 bonuspoäng