

Tentamen i Matematisk grundkurs 2020-08-18 kl 14-19

Penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva får användas. Formelsamlingar och andra hjälpmedel är ej tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

En tentand som fått färre än 9 skrivningspoäng får addera intjänade bonuspoäng¹ till sin skrivningspoäng så länge summan av bonuspoäng och skrivningspoäng inte överstiger 9.

För betyg 3, 4 och 5 räcker 9, 12 resp. 15 poäng.

Svar mm finns på kurshemsidan efter tentamens slut. Resultat meddelas via e-brev.

1. (a) För vilka reella y är $f(y) = \frac{y}{1 - \frac{16-8y+y^2}{16-y^2}}$ definierad? (1 p)
- (b) Bestäm alla reella lösningar till $x - |1 - 2x| = \frac{1}{4}$. (1 p)
- (c) Låt $p(x) = x^3 + x^2 + 3$ och $q(x) = x + 2$.
Bestäm ett polynom $k(x)$ och en konstant r så att $p(x) = q(x)k(x) + r$. (1 p)
2. Lös ekvationen $2 \cdot 9^x \cdot 3^x - 9^{1+x} + 12 = 20 \cdot 3^x$.
3. (a) För vilka reella x gäller sambandet $\cos 2x = 3 + 5 \sin x$? (2 p)
- (b) Bestäm v om $\cos v = \frac{1}{4}$ och $-\pi < v < 0$. (1 p)
4. (a) Finn alla lösningar till ekvationen $|\ln(3 - x)| = 1$. (1 p)
- (b) Lös ekvationen $\ln(4 - x) - 2 \ln x + \ln(x + 1) = 0$. (2 p)
5. En geometrisk summa s har 20 termer, andra termen är 2 och summan av tredje och fjärde termen är 144. Beräkna s .
6. Finn alla komplexa lösningar till ekvationen $z^{16} + (4 - i)z^8 + 3 = 3i$.
7. $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ är injektiv och $V_f =]0, 1[$. Bestäm uttryck (som *får* innehålla f^{-1}) för g_1^{-1} , g_2^{-1} och g_3^{-1} , alternativt bevisa att dessa inverser inte existerar, om

$$\begin{aligned} g_1(x) &= \sqrt{f(x^2)} \quad , \quad -1 \leq x \leq 0 \\ g_2(x) &= (f(x))^2 \quad , \quad 0 \leq x \leq 1 \\ g_3(x) &= \tan(6 + f(\arctan x)) \quad , \quad -1 \leq x \leq 1 \end{aligned}$$

¹Godkänd dugga 1 ger 2 bonuspoäng. Godkänd dugga 2 ger 4 bonuspoäng