Exempel B1.6. Avgör om

$$\int_0^1 \frac{1+x}{\sqrt{x}+x^2}\,dx$$

är konvergent.

Lösning: Int. end. gen i 0, positiv integrand.

$\left(\begin{array}{l} 1+x \approx 1 \text{ då } x \approx 0 \\ \sqrt{x}+x^2 \approx \sqrt{x} \text{ då } x \approx 0 \end{array} \quad \frac{1+x}{\sqrt{x}+x^2} \approx \frac{1}{\sqrt{x}} \text{ då } x \approx 0. \quad \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx \text{ konv.} \right)$

$1+x \leq 2$ då $0<x<1$

$\sqrt{x}+x^2 \geq \sqrt{x}$ då $0<x<1$

$\Rightarrow \quad 0 \leq \frac{1+x}{\sqrt{x}+x^2} \leq \frac{2}{\sqrt{x}}$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{0}} \leq \int_0^1 \frac{1+x}{\sqrt{x}+x^2}\,dx \leq \int_0^1 \frac{2}{\sqrt{x}}\,dx = \lim_{s\to 0^+} \int_s^1 \frac{2}{\sqrt{x}}\,dx = \lim_{s\to 0^+} \left[4\sqrt{x}\right]_s^1 = \underline{\underline{4}} < \infty.$$

SVAR: Konvergent.