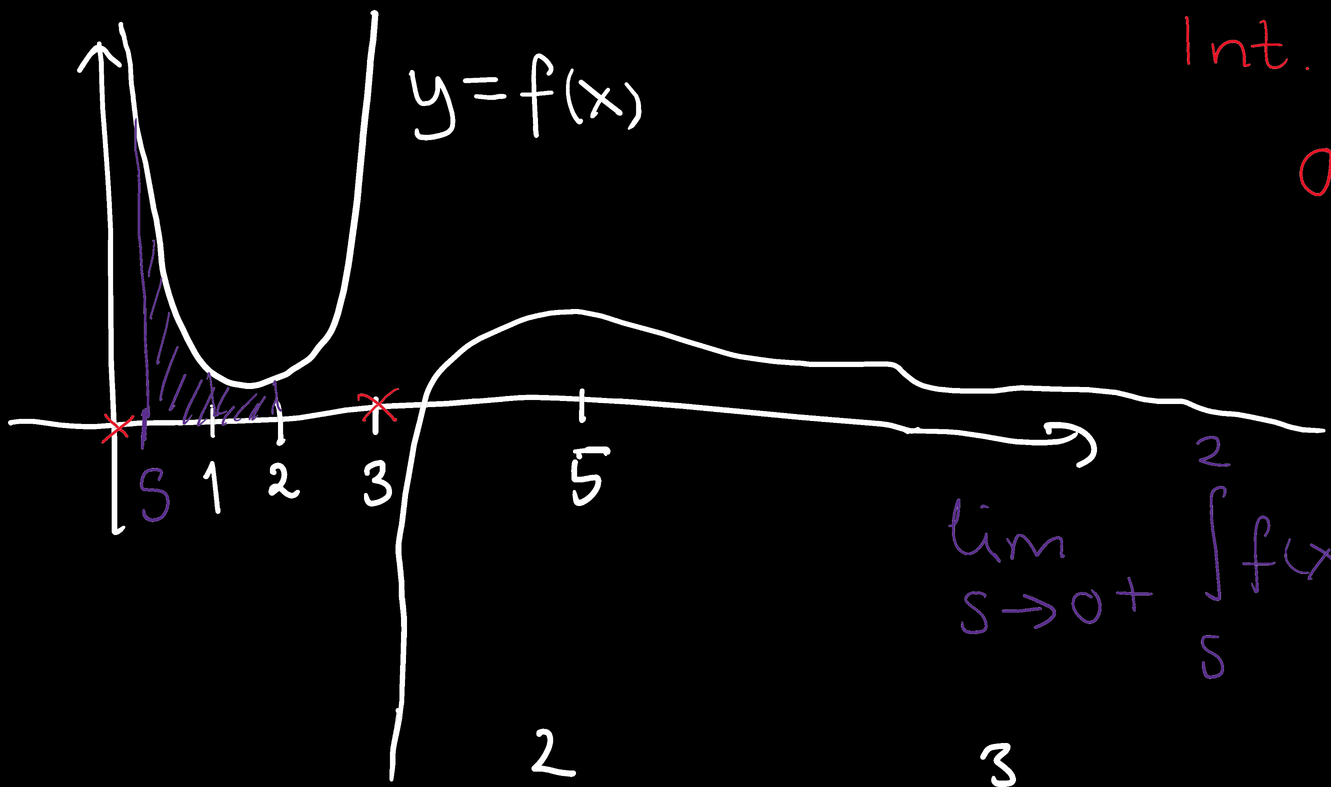
Generaliserade integraler



Int. är generaliserad i

0, 3, ∞.

$$\lim_{s \to 0^+} \int_s^2 f(x)\,dx = \int_0^2 f(x)\,dx$$

$$\int_0^\infty f(x)\,dx = \int_0^2 f(x)\,dx + \int_2^3 f(x)\,dx + \int_3^5 f(x)\,dx + \int_5^\infty f(x)\,dx$$

Definition B1.2 (Generaliserad integral). Givet en punkt c där $a \leq c \leq b$, då sägs integralen

$$\int_a^b f(x)\,dx$$

vara **generaliserad** i c om antingen integranden $f(x)$ är obegränsad i varje omgivning till c, och/eller $c = \pm\infty$.

Definition B1.3.

(a) Om integralen $\int_a^b f(x)dx$ enbart är generaliserad i b, då säger vi att denna är **konvergent** med värde

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{t \to b^-} \int_a^t f(x)dx,$$

om gränsvärdet i högerledet existerar och är ändligt.

(b) Om integralen $\int_a^b f(x)dx$ enbart är generaliserad i a, då säger vi att denna är **konvergent** med värde

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{s \to a^+} \int_s^b f(x)dx,$$

om gränsvärdet i högerledet existerar och är ändligt.

(Om respektive gränsvärde inte existerar, eller är $\pm\infty$, säger vi att integralen är **divergent**.)