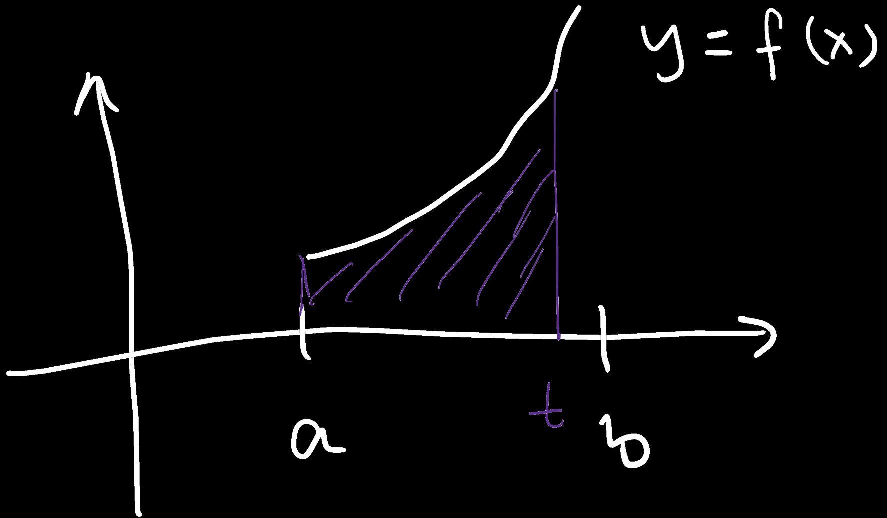
Positiva integrander, jämförelseprincipen och jämförelseintegraler

Positiva integrander, areatolkning



$$\lim_{t \to b^-} \int_a^t f(x)\,dx = \int_a^b f(x)\,dx$$

= "Area mellan graf och x-axel".

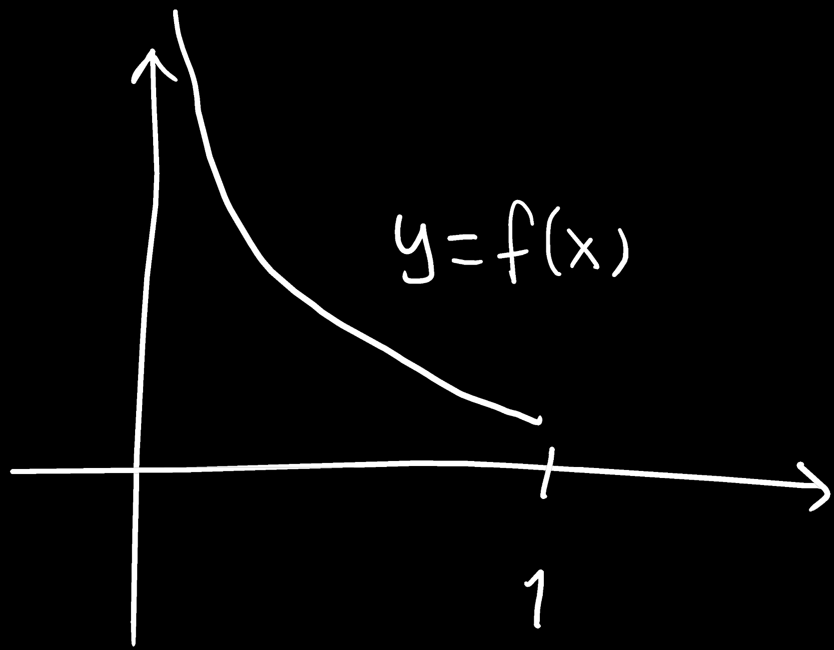
Konvergens $\Leftrightarrow$ "Area $< \infty$".

Positiva integrander, areatolkning

Sats B1.5 (Jämförelseprincipen)
Om $0 \le f(x) \le g(x)$ *då gäller att*

$$0 \le \int_a^b f(x)dx \le \int_a^b g(x)dx.$$

Positiva integrander på]0,1[



$$\int_0^1 f(x)\,dx$$ är

konvergent

om $f(x) \to \infty$
"tillräckligt
sakta"

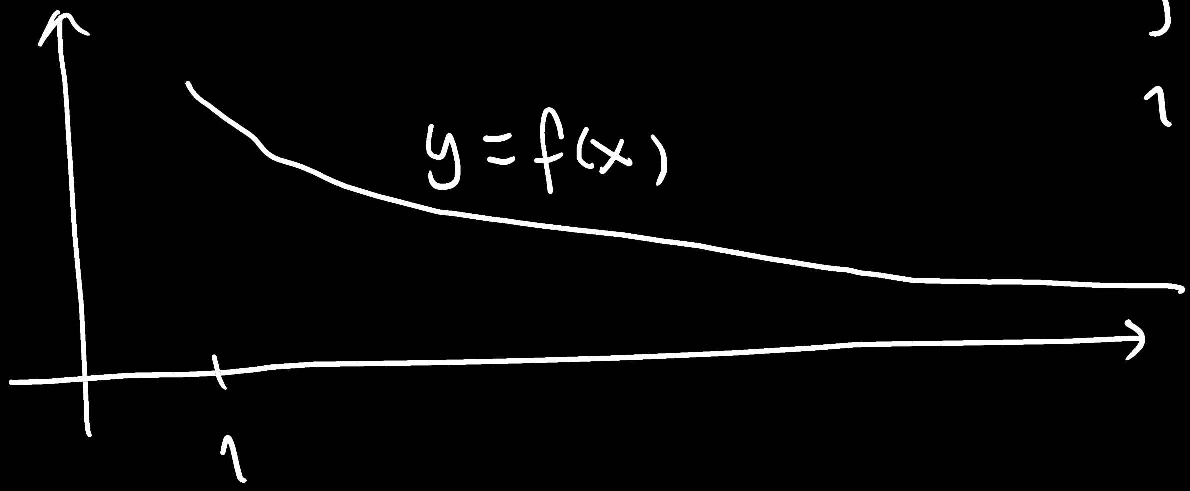
Positiva integrander på]0,1[

Jämförelseintergaler:

$$\int_0^1 \frac{1}{x^\alpha} \text{ är } \begin{cases} \text{konvergent om } \alpha < 1 \\ \text{divergent om } \alpha \geq 1. \end{cases}$$

$$\int_s^1 \frac{1}{x^{1/2}} = \left[2x^{1/2}\right]_s^1 = 2 - 2s^{1/2} \to \underline{\underline{2}} \text{ då } s \to 0^+$$

Positiva integrander på]1,∞[



$$\int_1^\infty f(x)\,dx$$

"konv om $f(x) \to 0$ tillräckligt fort då $x \to \infty$"

Positiva integrander på]1,∞[

Jämförelseintegraler:

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x^{\alpha}} \text{ är } \begin{cases} \text{konvergent om } \alpha > 1 \\ \text{divergent om } \alpha \leq 1. \end{cases}$$