

Numeriska serier

Oändliga serier är på formen

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k = a_1 + a_2 + a_3 + \dots,$$

där a_k är en talföljd, och dessa ska representera en oändlig summa.

Oändliga serier är på formen

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k = a_1 + a_2 + a_3 + \dots,$$

där a_k är en talföljd, och dessa ska representera en oändlig summa.

Man förknippar med en sådan de så kallade **partialsummorna**

$$s_n = \sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \dots + a_n,$$

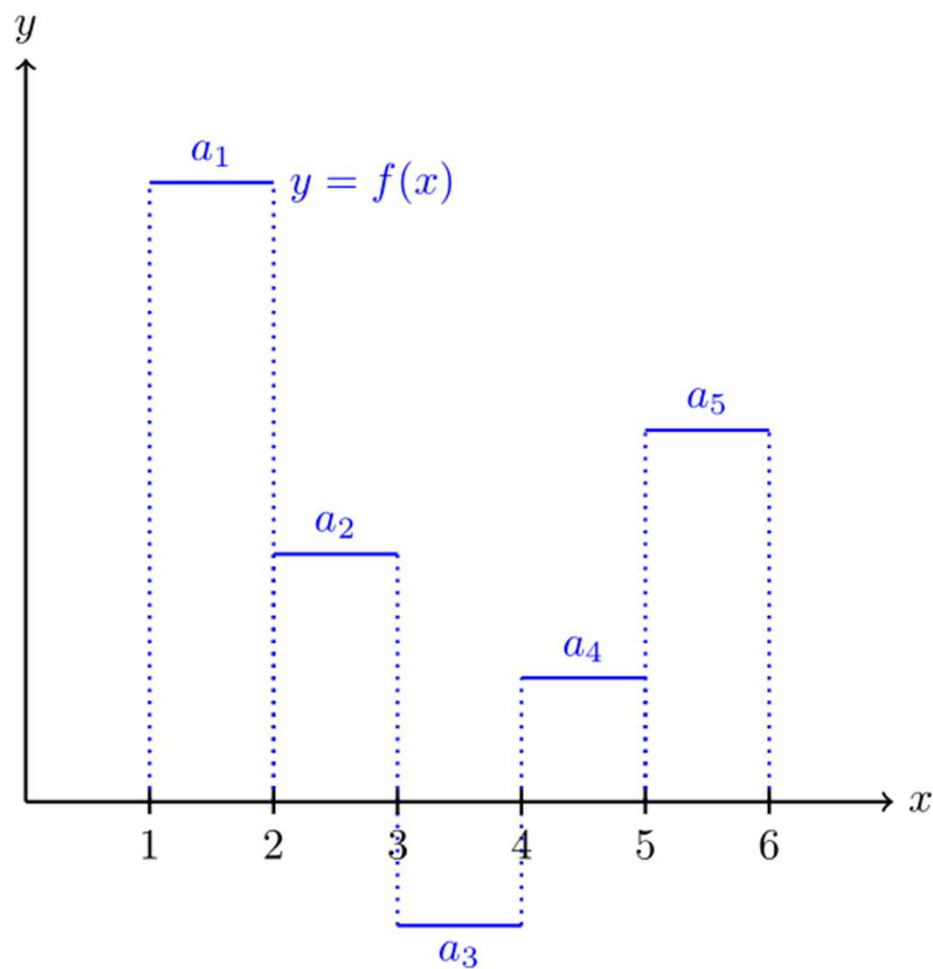
och man säger att serien är **konvergent** med summa S om $s_n \rightarrow S$ då $n \rightarrow \infty$. Annars säger man att serien är **divergent**.

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n)$$

$$f(x) = a_k \text{ då } k \leq x < k + 1,$$

$$\sum_{k=1}^n a_k = \int_1^{n+1} f(x) dx$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k = \int_1^{\infty} f(x) dx.$$



Sats B2.6 (Jämförelsekriteriet)

Om $0 \leq a_k \leq b_k$

$$0 \leq \sum_{k=1}^{\infty} a_k \leq \sum_{k=1}^{\infty} b_k.$$

Sats B2.1 (Divergenstest)

Om termerna $a_k \not\rightarrow 0$ då $k \rightarrow \infty$ så divergerar serien $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n a_k = S \quad \Leftrightarrow \quad \sum_{k=1}^n a_k \approx S \quad \text{för stora } n.$$

n stort $\Rightarrow n+1$ stort, så

$$\sum_{k=1}^n a_k \approx \sum_{k=1}^{n+1} a_k \approx S$$

$$\Rightarrow a_{n+1} \approx 0$$