Exempel

Bestäm den allmänna lösningen till

$$y' - \frac{1}{x}y = x^2 \quad x > 0.$$

Lösning

Lösning

$$\frac{d}{dx}(-\ln x) = -\frac{1}{x},$$

Lösning

$$\frac{d}{dx}(-\ln x) = -\frac{1}{x},$$

så

$$\mathrm{e}^{-\ln x} = \frac{1}{x}$$

är en integrerande faktor.

Lösning

$$\frac{d}{dx}(-\ln x) = -\frac{1}{x},$$

så

$$\mathrm{e}^{-\ln x} = \frac{1}{x}$$

är en integrerande faktor.

$$\frac{1}{x}(y' - \frac{1}{x}y) =$$

Lösning

$$\frac{d}{dx}(-\ln x) = -\frac{1}{x},$$

så

$$\mathrm{e}^{-\ln x} = \frac{1}{x}$$

är en integrerande faktor.

$$\frac{1}{x}(y' - \frac{1}{x}y) =$$

$$\frac{1}{x}y' - \frac{1}{x^2}y =$$

Lösning

$$\frac{d}{dx}(-\ln x) = -\frac{1}{x},$$

så

$$\mathrm{e}^{-\ln x} = \frac{1}{x}$$

är en integrerande faktor.

$$\frac{1}{x}(y' - \frac{1}{x}y) =$$

$$\frac{1}{x}y' - \frac{1}{x^2}y =$$

$$\left(\frac{1}{x}y\right)' =$$

Lösning

$$\frac{d}{dx}(-\ln x) = -\frac{1}{x},$$

så

$$\mathrm{e}^{-\ln x} = \frac{1}{x}$$

är en integrerande faktor.

$$\frac{1}{x}(y' - \frac{1}{x}y) =$$

$$\frac{1}{x}y' - \frac{1}{x^2}y =$$

$$\left(\frac{1}{x}y\right)' =$$

$$\frac{1}{x}x^2 = x.$$

Lösning

$$\frac{d}{dx}(-\ln x) = -\frac{1}{x},$$

så

$$\mathrm{e}^{-\ln x} = \frac{1}{x}$$

är en integrerande faktor.

$$\frac{1}{x}(y' - \frac{1}{x}y) =$$

$$\frac{1}{x}y' - \frac{1}{x^2}y =$$

$$\left(\frac{1}{x}y\right)' =$$

$$\frac{1}{x}x^2 = x.$$

Alltså gäller

$$\frac{1}{x}y = \int x dx = \frac{x^2}{2} + c.$$

Alltså gäller

$$\frac{1}{x}y = \int x dx = \frac{x^2}{2} + c.$$

D.v.s.

$$y = \frac{x^3}{2} + cx.$$

Alltså gäller

$$\frac{1}{x}y = \int x dx = \frac{x^2}{2} + c.$$

D.v.s.

$$y = \frac{x^3}{2} + cx.$$

Svar: $y = \frac{x^3}{2} + cx.$