

Första ordningens linjära differentialekvationer

Tomas Sjödin

Linköpings Universitet

Första ordningens linjära ODE

$$y'(x) + f(x)y(x) = g(x).$$

$$y'(x) + f(x)y(x) = g(x).$$

Integrerande faktor (IF):

$$e^{F(x)} \text{ där } F'(x) = f(x).$$

$$y'(x) + f(x)y(x) = g(x).$$

Integrerande faktor (IF):

$$e^{F(x)} \text{ där } F'(x) = f(x).$$

Multiplikation på båda sidor med en IF ger:

$$\frac{d}{dx}(e^{F(x)}y(x))$$

$$y'(x) + f(x)y(x) = g(x).$$

Integrerande faktor (IF):

$$e^{F(x)} \text{ där } F'(x) = f(x).$$

Multiplikation på båda sidor med en IF ger:

$$\frac{d}{dx}(e^{F(x)}y(x)) = e^{F(x)}y'(x) + f(x)e^{F(x)}y(x)$$

$$y'(x) + f(x)y(x) = g(x).$$

Integrerande faktor (IF):

$$e^{F(x)} \text{ där } F'(x) = f(x).$$

Multiplikation på båda sidor med en IF ger:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx}(e^{F(x)}y(x)) &= e^{F(x)}y'(x) + f(x)e^{F(x)}y(x) \\ &= e^{F(x)}(y'(x) + f(x)y(x)) = \end{aligned}$$

$$y'(x) + f(x)y(x) = g(x).$$

Integrerande faktor (IF):

$$e^{F(x)} \text{ där } F'(x) = f(x).$$

Multiplikation på båda sidor med en IF ger:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx}(e^{F(x)}y(x)) &= e^{F(x)}y'(x) + f(x)e^{F(x)}y(x) \\ &= e^{F(x)}(y'(x) + f(x)y(x)) = e^{F(x)}g(x). \end{aligned}$$

$$y'(x) + f(x)y(x) = g(x).$$

Integrerande faktor (IF):

$$e^{F(x)} \text{ där } F'(x) = f(x).$$

Multiplikation på båda sidor med en IF ger:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx}(e^{F(x)}y(x)) &= e^{F(x)}y'(x) + f(x)e^{F(x)}y(x) \\ &= e^{F(x)}(y'(x) + f(x)y(x)) = e^{F(x)}g(x). \end{aligned}$$

D.v.s.

$$y(x) = e^{-F(x)} \int g(x)e^{F(x)}dx.$$