Kurvlängd

Tomas Sjödin

Linköpings Universitet

Parameterkurvor

$$\bar{r} : [a, b] \to \mathbb{R}^2,$$

$$\bar{r}(t) = (x(t), y(t))$$

där $x(t), y(t)$ är kontinuerligt deriverbara.

Parameterkurvor

$$\bar{r} : [a, b] \to \mathbb{R}^2,$$

$$\bar{r}(t) = (x(t), y(t))$$

där $x(t), y(t)$ är kontinuerligt deriverbara.

$$\bar{r}'(t) = (x'(t), y'(t)).$$

Parameterkurvor

$$\bar{r} : [a, b] \to \mathbb{R}^2,$$

$$\bar{r}(t) = (x(t), y(t))$$

där $x(t), y(t)$ är kontinuerligt deriverbara.

$$\bar{r}'(t) = (x'(t), y'(t)).$$

Längd:

$$s = \int_a^b ds = \int_a^b |\bar{r}'(t)| dt = \int_a^b \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2} dt.$$

Parameterkurvor

$$\bar{r} : [a, b] \to \mathbb{R}^2,$$

$$\bar{r}(t) = (x(t), y(t))$$

där $x(t), y(t)$ är kontinuerligt deriverbara.

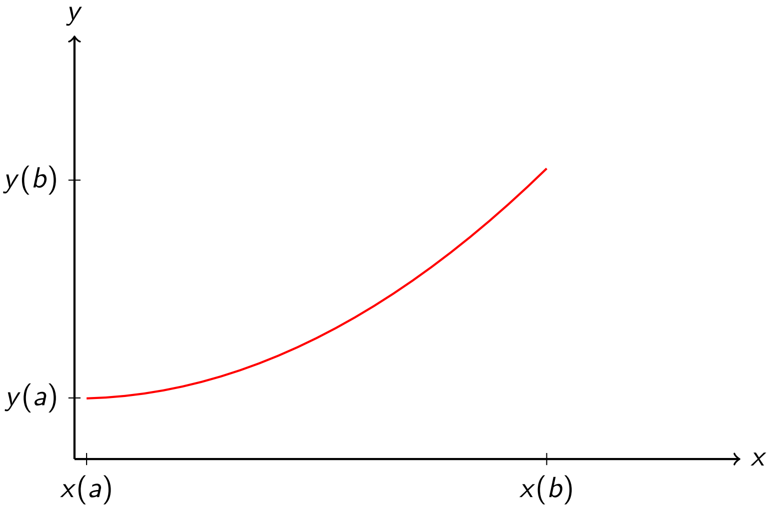
$$\bar{r}'(t) = (x'(t), y'(t)).$$

Längd:

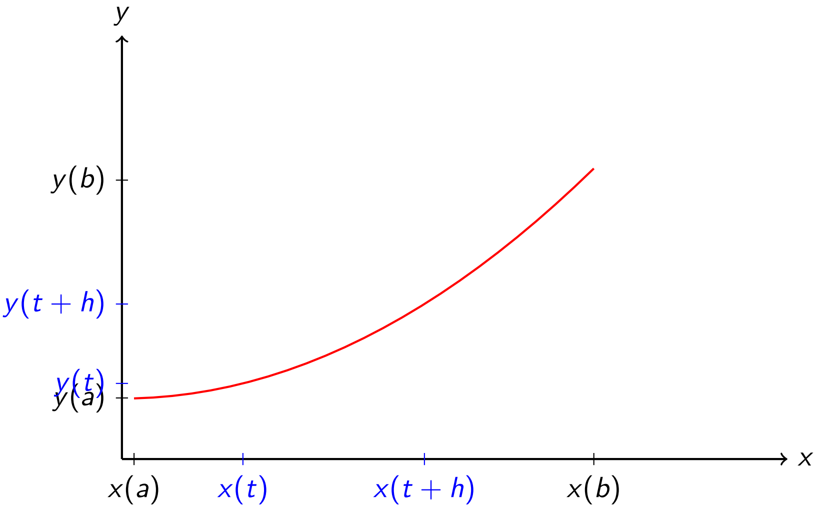
$$s = \int_a^b ds = \int_a^b |\bar{r}'(t)| dt = \int_a^b \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2} dt.$$

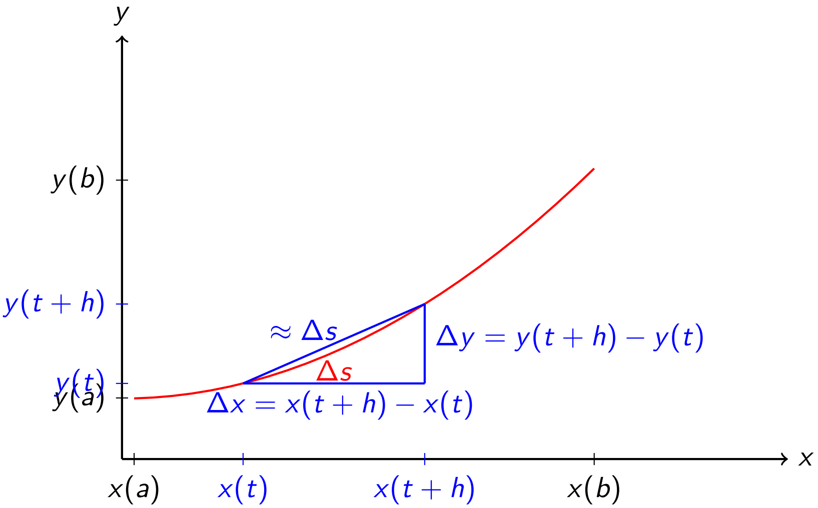
Speciellt om $\bar{r}(t) = (t, f(t))$ (d.v.s. funktionsgraf), då gäller

$$s = \int_a^b \sqrt{1 + f'(t)^2} dt.$$



y
$y(b)$
$y(a)$
$x(a)$
$x(b)$
x


y
$y(b)$
$y(t+h)$
$y(t)$
$y(a)$
x
$x(a)$
$x(t)$
$x(t+h)$
$x(b)$



y
x
$y(b)$
$y(t+h)$
$y(t)$
$y(a)$
$\approx \Delta s$
Δs
$\Delta y = y(t+h) - y(t)$
$\Delta x = x(t+h) - x(t)$
$x(a)$
$x(t)$
$x(t+h)$
$x(b)$

$$\Delta s \approx \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{h}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{h}\right)^2}\, h \approx$$

$$/\text{Om } h \text{ är litet}/ \approx \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2}\, h$$