Exempel

Avgör om funktionen

$$f(x) = \sin(x^3 + x^5) - \ln(1 + x^3) - x^5$$

har ett lokalt extremvärde i $x = 0$.

Lösning

Lösning

$$\sin t = t + \mathcal{O}(t^3),$$

Lösning

$$\sin t = t + \mathcal{O}(t^3),$$

$$\ln(1+s) = s - \frac{s^2}{2} + \mathcal{O}(s^3).$$

Lösning

$$\sin t = t + \mathcal{O}(t^3),$$

$$\ln(1+s) = s - \frac{s^2}{2} + \mathcal{O}(s^3).$$

Med $t = x^3 + x^5$ och $s = x^3$ får vi:

Lösning

$$\sin t = t + \mathcal{O}(t^3),$$

$$\ln(1+s) = s - \frac{s^2}{2} + \mathcal{O}(s^3).$$

Med $t = x^3 + x^5$ och $s = x^3$ får vi:

$$f(x) = \sin(x^3 + x^5) - \ln(1 + x^3) - x^5 =$$

Lösning

$$\sin t = t + \mathcal{O}(t^3),$$

$$\ln(1+s) = s - \frac{s^2}{2} + \mathcal{O}(s^3).$$

Med $t = x^3 + x^5$ och $s = x^3$ får vi:

$$f(x) = \sin(x^3 + x^5) - \ln(1 + x^3) - x^5 =$$

$$((x^3 + x^5) + \mathcal{O}((x^3 + x^5)^3)) - (x^3 - \frac{(x^3)^2}{2} + \mathcal{O}((x^3)^3)) - x^5 =$$

Lösning

$$\sin t = t + \mathcal{O}(t^3),$$

$$\ln(1+s) = s - \frac{s^2}{2} + \mathcal{O}(s^3).$$

Med $t = x^3 + x^5$ och $s = x^3$ får vi:

$$f(x) = \sin(x^3 + x^5) - \ln(1 + x^3) - x^5 =$$

$$((x^3 + x^5) + \mathcal{O}((x^3 + x^5)^3)) - (x^3 - \frac{(x^3)^2}{2} + \mathcal{O}((x^3)^3)) - x^5 =$$

$$\frac{x^6}{2} + \mathcal{O}(x^9) = x^6(\frac{1}{2} + \mathcal{O}(x^3)).$$

Eftersom

$$f(x) = x^6(\frac{1}{2} + \mathcal{O}(x^3))$$

har funktionen ett lokalt minimum i $x = 0$.

Eftersom

$$f(x) = x^6(\frac{1}{2} + \mathcal{O}(x^3))$$

har funktionen ett lokalt minimum i $x = 0$.
($f(x)$ beter sig som $x^6/2$ nära $x = 0\ldots$)