Struktur på lösningarna till linjära ODE.
Metoden med obestämda koefficienter.

$y' + f(x)y = g(x)$.

Anledningen till att en differentialekvation som ovan kallas **linjär** är att den beror linjärt på y i följande mening:

$$L(y) = y' + f(x)y$$

uppfyller

$$L(ay_1 + by_2) = aL(y_1) + bL(y_2)$$

$$L(y) = L(y_p) = g(x),$$

$$\Rightarrow$$

$$L(\underbrace{y - y_p}_{yh}) = L(y) - L(y_p) = g(x) - g(x) = 0.$$

$$\Rightarrow \quad L(yh) = 0$$

$y = y_h + y_p$ där $L(y_h) = 0$ och $L(y_p) = g(x)$.

Metoden med obestämda koefficienter (ett exempel):

$$y' + 2xy = 4x^3 + 2x$$

$(x^2)' = 2x$, så e^{x^2} är en I. F.

$\left((e^{x^2} y)' = \underline{e^{x^2}} (y' + 2xy) = \underline{e^{x^2}(4x^3 + 2x)}. \right)$

$y = y_h + y_p$. $\quad (e^{x^2} y_h)' = 0 \iff y_h = Ce^{-x^2}$.

$y_p = ax^2 + bx + c$ (partikulär ansats)

$y_p' = 2ax + b$

$y_p' + 2xy_p = (2ax + b) + 2x(ax^2 + bx + c) = 2ax^3 + 2bx^2 + (2a + 2c)x + b =$

$= 4x^3 + 2x. \iff \begin{cases} 2a = 4 \\ 2b = 0 \\ 2a + 2c = 2 \\ b = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 2 \\ b = 0 \\ c = -1 \end{cases}$

SVAR: $y = y_h + y_p =$

$= Ce^{-x^2} + 2x^2 - 1.$