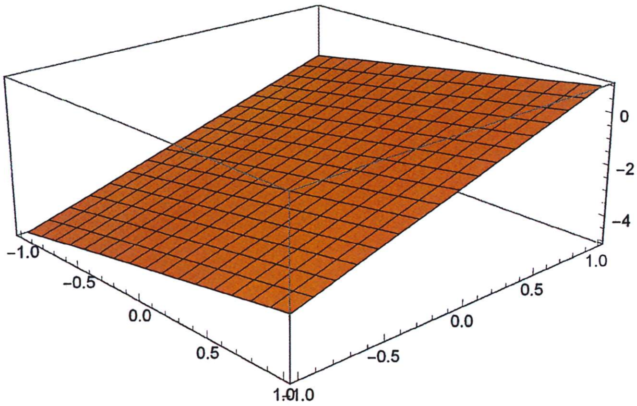
2.1 a) $f(x,y) = -x + y^2$

$f(-2,-2) = -(-2) + (-2)^2 = 6$

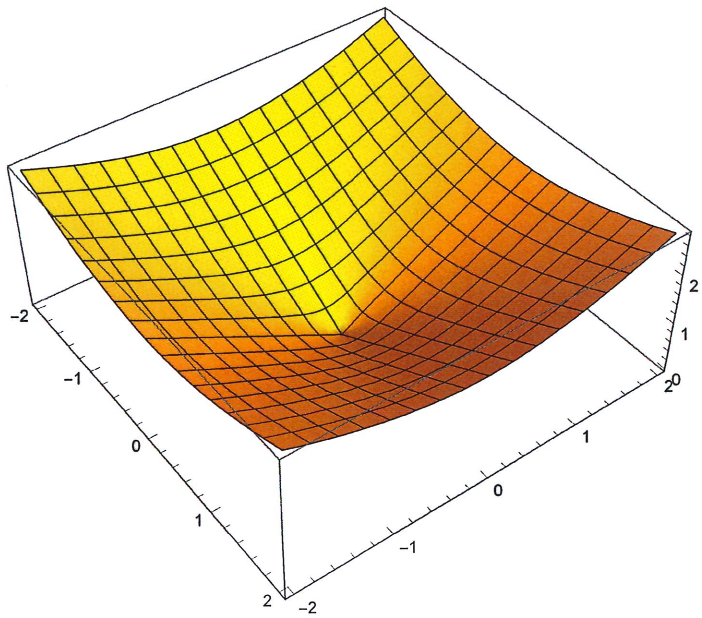
$f(-2,-1) = -(-2) + (-1)^2 = 3$ osv.

b + c ⇒ facit...

2.2 ~~1.12~~ a : $z = x + 2y - 2 \Longleftrightarrow x + 2y - z = 2$ är ett plan på normalform med normal $(1, 2, -1)$.



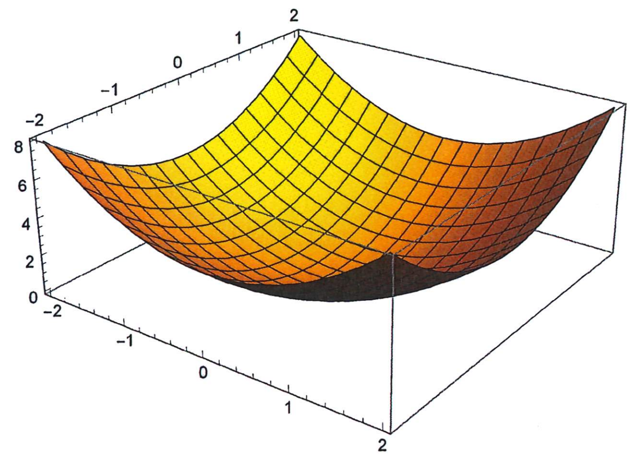
2.2 ~~1.12~~ b : Kon. Notera att t.ex. i xz - planet ges grafen av $z = |x|$.



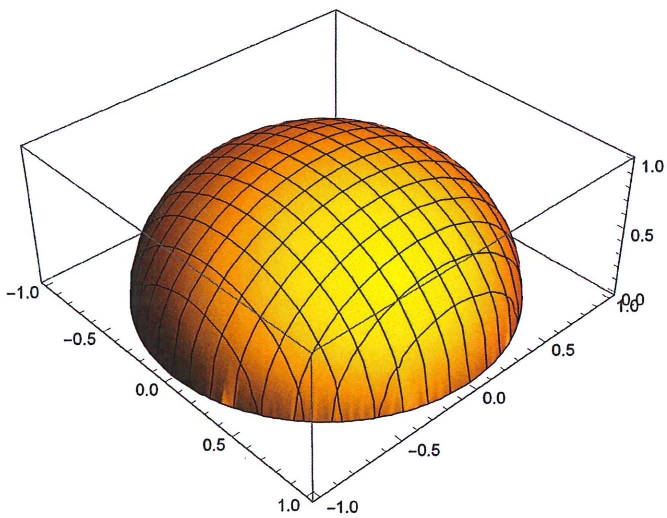
2.2 ~~1.12~~ c : Paraboloid.

OBS! Notera att i 1.12 b-d beror z bara på

$x^2+y^2=\rho^2$ (pol. koord.) Alltså rotsymmetriskt runt z-axeln.

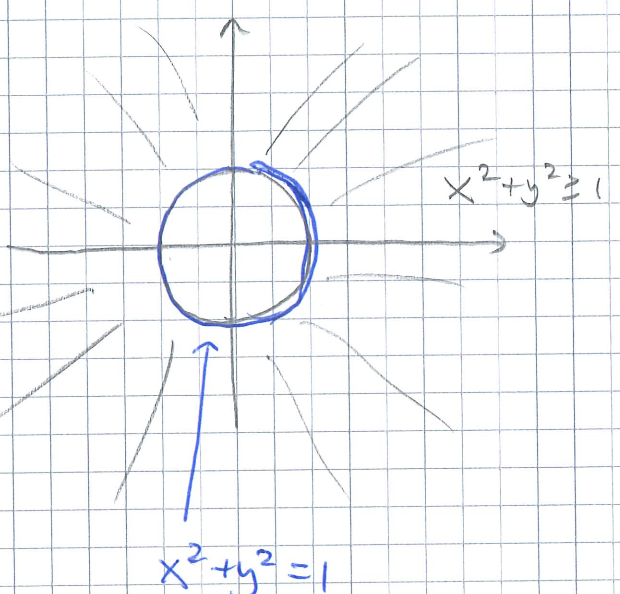


2.2 ~~1.12~~ d : Övre delen av enhetssfären.



2.3) $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2-1} - 2$

f är definierad om $x^2+y^2-1 \geq 0 \iff x^2+y^2 \geq 1$

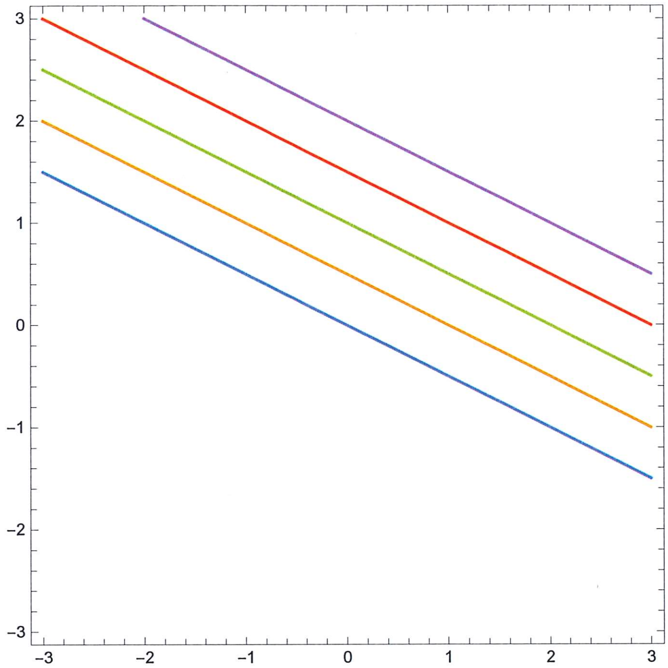


$D_f = \{(x,y) \in R^2 : x^2+y^2 \geq 1\}$

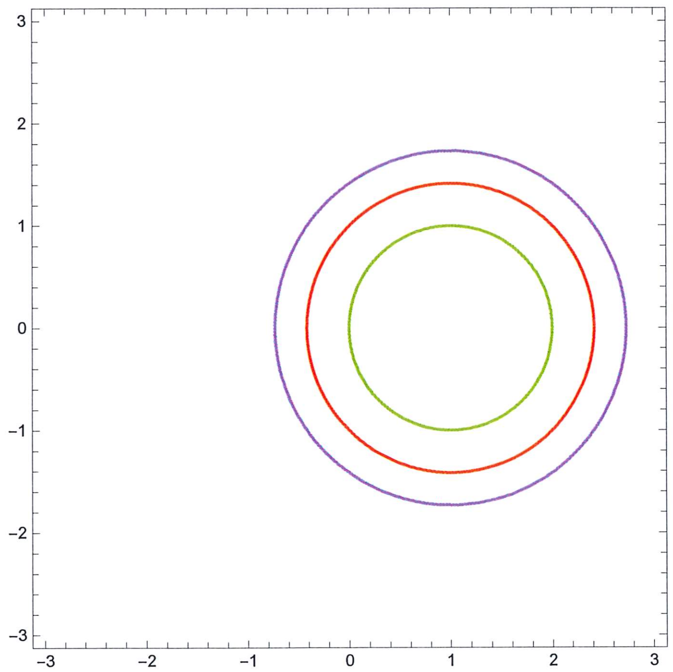
Eftersom $\sqrt{x^2+y^2-1} - 2 \geq 0 - 2 = -2$ så ser vi att $V_f \subset [-2, \infty[$.

Men värdet -2 antas på enhetscirkeln $x^2+y^2=1$, och sedan kan vi enkelt inse att vi faktiskt har $V_f = [-2, \infty[$ eftersom t.ex. $f(x,0) = \sqrt{x^2-1} - 2$ startar från -2 i $x=1$ och går mot oändligheten då $x \to \infty$.

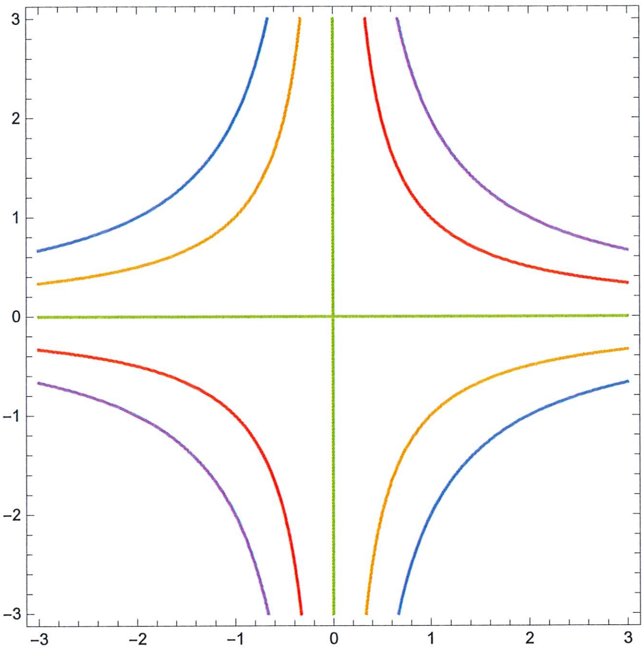
2.4 ~~1.13~~ a : Räta linjer.



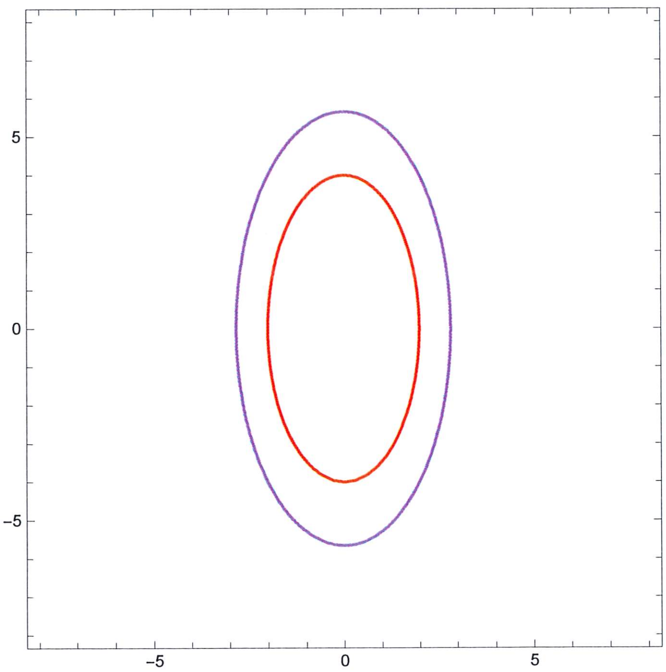
2.4 ~~1.13~~ b : $x^2 + y^2 - 2x = (x-1)^2 + y^2 = C + 1$ ger cirklar med radie $(C+1)^{1/2}$ om $C > -1$, och centrum i $(1, 0)$. Endast punkten $(1, 0)$ om $C = -1$ och tomma mängden om $C < -1$.



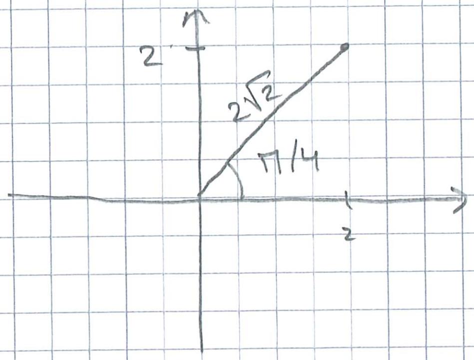
2.4 ~~1.13~~ c : Om $C \neq 0$ består nivåkurvan av funktionskurvan $y = C / x$ (som har två delar). Om $C = 0$ är $xy = 0 \Leftrightarrow x = 0$ eller $y = 0$, d.v.s. består av koordinataxlarna.



2.4 ~~1.13~~ d : Nedan med $a = 2$ och $b = 4$. Ger ellipser om $C > 0$. Bara punkten $(0, 0)$ om $C = 0$ och tomma mängden om $C < 0$.

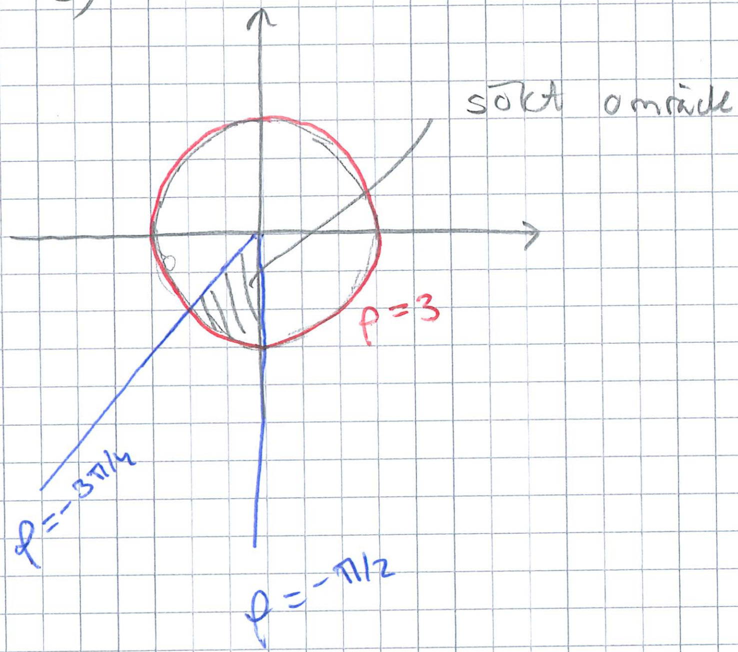


2.5) a) $|(2,2)| = \sqrt{2^2+2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.



$\rho = 2\sqrt{2}, \quad \varphi = \pi/4.$

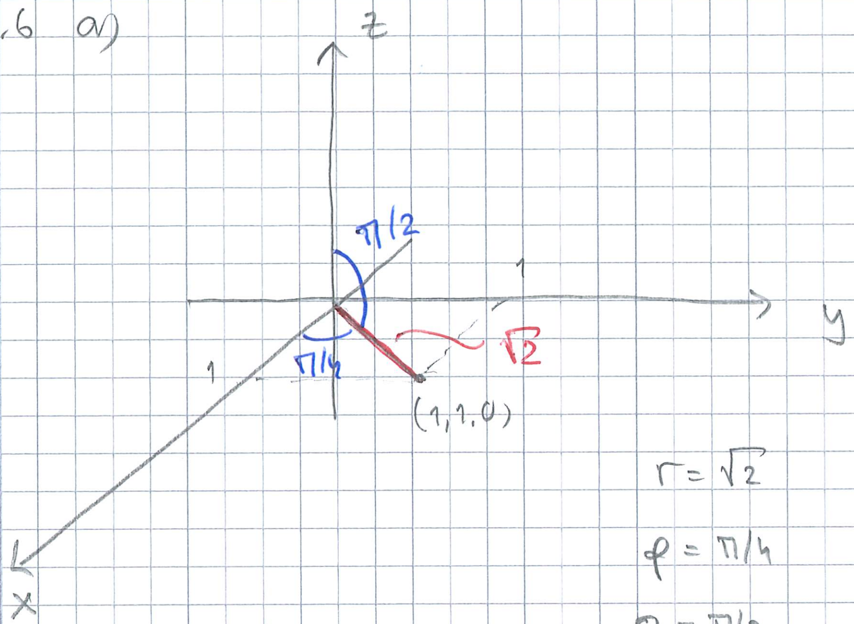
b)



c) $\dfrac{x^3+x^2y}{x^2+y^2} = \dfrac{\rho^3\cos^3\varphi + \rho^2\cos^2\varphi\,\rho\sin\varphi}{\rho^2}$

$= \rho\cos^2\varphi(\cos\varphi + \sin\varphi)$

2.6 a)



$r = \sqrt{2}$

$\varphi = \pi/4$

$\theta = \pi/2$

b)

$$\frac{z^3}{x^2+y^2} = \frac{r^3\cos^3\theta}{r^2\cos^2\varphi\sin^2\theta + r^2\sin^2\varphi\sin^2\theta} =$$

$$= \frac{r\cos^3\theta}{\sin^2\theta}$$

2.7)

D_f ges av att

$$\begin{cases} xz+1>0 \\ \sqrt{y}>0 \\ y\geq 0 \end{cases} \iff \begin{cases} xz>-1 \\ y>0 \end{cases}$$

Vi ser att $f(x,y,z)>0$ för alla dessa (x,y,z).

Eftersom $f(0,y,0)=\frac{1}{\sqrt{y}}$ antar alla värden

på $]0,\infty[$ gäller alltså att

$V_f =]0,\infty[$