

Funktionaldeterminanter. Inversa funktioner

Flervariabelanalys

Linköpings Universitet

Definition

Om $\bar{f} : M \rightarrow N$, där $M, N \subset \mathbb{R}^n$, är differentierbar i $\bar{a}$, då definierar vi funktionaldeterminanten till $\bar{f}$ i $\bar{a}$:

$$\frac{d\bar{f}}{d\bar{x}}(\bar{a}) = \det \frac{\partial \bar{f}}{\partial \bar{x}}(\bar{a}).$$

Sats (Inversa funktionssatsen)

Låt $\bar{f} = (f_1, f_2, \dots, f_n)$ vara en funktion av n variabler $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ av klass C^k i en omgivning till $\bar{a}$. Då finns öppna omgivningar U, V till $\bar{a}$ respektive $\bar{f}(\bar{a})$ sådana att $\bar{f} : U \rightarrow V$ är bijektiv, och en invers funktion $\bar{f}^{-1} : V \rightarrow U$ av klass C^k om och endast om

$$\frac{d\bar{f}}{d\bar{x}}(\bar{a}) \neq 0.$$

Vidare har vi i detta fallet att

$$\frac{\partial \bar{f}^{-1}}{\partial \bar{y}}(\bar{f}(\bar{a})) = \left(\frac{\partial \bar{f}}{\partial \bar{x}}(\bar{a}) \right)^{-1}.$$