Exempel

Beräkna, om gränsvärdet existerar:

$$\lim_{\sqrt{x^2+y^2}\to\infty} \frac{x^2+y^2}{2x^2-y+2y^2}.$$

Lösning

Med polära koordinater $x = \rho\cos\varphi$, $y = \rho\sin\varphi$ får vi

Lösning

Med polära koordinater $x = \rho\cos\varphi$, $y = \rho\sin\varphi$ får vi

$$\frac{x^2 + y^2}{2x^2 - y + 2y^2}$$

Lösning

Med polära koordinater $x = \rho\cos\varphi$, $y = \rho\sin\varphi$ får vi

$$\frac{x^2 + y^2}{2x^2 - y + 2y^2} = \frac{\rho^2}{2\rho^2 - \rho\sin\varphi}$$

Lösning

Med polära koordinater $x = \rho \cos \varphi$, $y = \rho \sin \varphi$ får vi

$$\frac{x^2 + y^2}{2x^2 - y + 2y^2} =$$

$$\frac{\rho^2}{2\rho^2 - \rho \sin \varphi} =$$

$$\frac{1}{2 - \sin \varphi/\rho}$$

Lösning

Med polära koordinater $x = \rho\cos\varphi$, $y = \rho\sin\varphi$ får vi

$$\frac{x^2+y^2}{2x^2-y+2y^2} = \frac{\rho^2}{2\rho^2-\rho\sin\varphi} = \frac{1}{2-\sin\varphi/\rho} \to \frac{1}{2} \text{ då } \rho \to \infty.$$

Eftersom $\rho = \sqrt{x^2+y^2}$ får vi:

$$\lim_{\sqrt{x^2+y^2}\to\infty} \frac{x^2+y^2}{2x^2-y+2y^2} = \frac{1}{2}.$$