

## Dugga 2 i Matematisk grundkurs

2013–09–30 kl 8.00–12.00

Inga hjälpmedel är tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Uppgifterna bedöms med 0–3 poäng. För godkänt betyg (G) räcker 9 poäng. Poängen på godkända duggor summeras och avgör slutbetyget.

Svar mm finns att hämta på kurshemsidan efter duggans slut. Resultat meddelas via e-brev.

1. (a) Utveckla  $(a - 1)^7$ . Binomialkoefficienter får inte förekomma i svaret. (1 p)  
(b) Beräkna  $\sum_{k=2}^{130} 6 \cdot 2^{2k}$ . (1 p)  
(c) Beräkna  $\operatorname{Re} \left( 1 + i \frac{i+1}{2i-1} \right)$ . (1 p)
2. (a) För vilka reella  $x$  gäller sambandet  $2^{2x+2} - 2^{x+3} = 21$ ? (1 p)  
(b) Lös ekvationen  $\ln(1-x) + \ln(x+6) + 2 \ln \frac{1}{2} = 2 \ln(-x) + \ln 6$ . (2 p)
3. Bestäm definitionsmängden och (om möjligt) inversen till  $f(x) = \sqrt{2 - e^{-x}}$ .
4. (a) Finn alla lösningar till ekvationen  $\sin \left( 3t + \frac{\pi}{5} \right) = \sin 2t$  (1 p)  
(b) Beräkna  $\cos(\arctan 2)$ . (1 p)  
(c) Beräkna  $\sin \left( x - \frac{\pi}{6} \right)$  om  $\cos x = \frac{1}{3}$ ,  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq 0$ . (1 p)
5. (a) Definiera  $x^a$  för  $x > 0$  och  $a \in \mathbf{R}$ . (1 p)  
(b) Vilka  $z \in \mathbf{C}$  uppfyller  $(z + 2^{1/4})^4 = -2i$ ? (2 p)
6. Skriv  $\alpha = \arctan 3 + \arccos \left( -\frac{2}{\sqrt{5}} \right)$  på enklast möjliga form.
7. Visa att ekvationen  $z^5 + z = 1$  har minst en lösning som ligger utanför enhetscirkeln i det komplexa talplanet.