

Dugga 2 i Matematisk grundkurs

2013–10–25 kl 8.00–12.00

Inga hjälpmedel är tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Uppgifterna bedöms med 0–3 poäng. För godkänt betyg (G) räcker 9 poäng. Poängen på godkända duggor summeras och avgör slutbetyget.

Svar mm finns att hämta på kurshemsidan efter duggans slut. Resultat meddelas via e-brev.

1. (a) Beräkna $\sum_{k=34}^{378} \left(-3 + \frac{k}{2}\right)$. (1 p)
- (b) Använd polynomdivision till att skriva om $\frac{2x^4 - 3x + 1}{x^2 - x - 1}$ på en form där man enkelt kan läsa av polynomdivisionens kvot och rest. (1 p)
- (c) Beräkna $\left| -1 + i \frac{4 - i}{3i - 1} \right|$. (1 p)
2. (a) Finn alla lösningar till ekvationen $\sin 7x = \sin \left(3x + \frac{\pi}{7}\right)$. (1 p)
- (b) Lös ekvationen $4 \sin x \cos x = 1$. (1 p)
- (c) Beräkna $\sin v$ om $\cos v = -\frac{1}{5}$, $\pi < v < 2\pi$. (1 p)
3. (a) För vilka reella x gäller $2^{3x+2} - 2^{2x+3} - 2^{x+2} - 2^{x+1} - 2^x = 4^{x+1} - 30$? (2 p)
- (b) Lös ekvationen $(\ln x)^2 - \ln(x^2) = 1$. (1 p)
4. Bestäm definitionsmängden och (om möjligt) inversen till $f(x) = \ln \left(\frac{x-4}{1-x}\right)$.
5. Skriv $\sin x \sin 2x \cos 4x$ som en summa av cos- och/eller sin-termer.
Lös också ekvationen $4 \sin x \sin 2x \cos 4x = \cos 3x + \cos 5x$.
6. (a) Definiera e^{ix} för $x \in \mathbf{R}$. (1 p)
- (b) Skriv $-1 - 3i$ på polär form. (1 p)
- (c) Beräkna $\arccos \left(\sin \frac{37\pi}{12}\right)$. (1 p)
7. Skriv $\sum_{k=0}^N \sum_{n=k}^N (-1)^k \binom{n}{k} x^{k+1}$, där $x \neq 0$ och $N = 0, 1, 2, \dots$, på enklast möjlig form.