

## Dugga 2 i Matematisk grundkurs

2014–09–29 kl 8.00–12.00

Inga hjälpmmedel är tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Uppgifterna bedöms med 0–3 poäng. För godkänt betyg (G) räcker 9 poäng. Poängen på godkända duggor summeras och avgör slutbetyget.

Svar m m finns att hämta på kurshemsidan efter duggans slut. Resultat meddelas via e-brev.

1. (a) Beräkna  $\sum_{k=5}^{200} \frac{3^k}{4}$ . (1 p)
- (b) Lös olikheten  $\frac{x-1}{x} > \frac{x}{x-1}$ . (1 p)
- (c) Bestäm  $|z|$  om  $z = \frac{(1-i)^5}{i(\sqrt{3}+i)^3}$ . (1 p)
2. (a) För vilka reella  $x$  gäller sambandet  $3 \cdot 2^x = 4 \cdot 5^x$ ? (1 p)
- (b) Lös ekvationen  $\ln(5 - 2x) = 2 \ln(x - 1) - \ln(3 - x)$ . (2 p)
3. (a) Finn alla lösningar till ekvationen  $\cos\left(4v + \frac{3\pi}{8}\right) = \sin 2v$  (1 p)
- (b) Beräkna  $\tan(\arcsin \frac{3}{\sqrt{17}})$ . (1 p)
- (c) Skriv  $z = 7i - 1$  på polär form. (1 p)
4. Bestäm  $D_f$  och (om möjligt) ett uttryck för  $f^{-1}$  om  $f(x) = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 5}$ . (1 p)
5. Lös ekvationen  $\sqrt{3} \cos 3x = 1 + \sin 3x$ .
6. Skriv  $\alpha = \arctan \frac{\sqrt{3}}{7} - \arccos\left(-\frac{6}{\sqrt{39}}\right)$  på enklast möjliga form.
7. Finn alla reella lösningar till  $\frac{e^x - 2}{\sqrt{2e^x - a}} = 1$  för alla värden på konstanten  $a \in \mathbf{R}$ .