

Dugga 2 i Matematisk grundkurs

2015-09-28 kl 8.00-12.00

Inga hjälpmedel är tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Uppgifterna bedöms med 0-3 poäng. För godkänt betyg (G) räcker 9 poäng. Poängen på godkända duggor summeras och avgör slutbetyget.

Svar mm finns att hämta på kurshemsidan efter duggans slut. Resultat meddelas via e-brev.

1. (a) Beräkna $\sum_{k=100}^{300} (2k - 50)$. (1 p)
- (b) Lös olikheten $\frac{1}{x-1} > \frac{1}{2x+1}$. (1 p)
- (c) När polynomet $p(x)$ divideras med $x^2 + x - 2$ fås kvoten $2x - 4$ och resten $-6x + 8$. Bestäm $p(x)$. (1 p)
2. (a) Lös ekvationen $\ln(2-x) - \ln(-x) - 2\ln 2 + \ln(8+x) = 0$. (2 p)
- (b) För vilka reella x gäller sambandet $\ln(x+2)^2 = 2$? (1 p)
3. Skriv $\cos 7x \sin^2 3x$ som en summa av cos- och/eller sin-termer.
Lös också ekvationen $4 \cos 7x \sin^2 3x = \cos x - \cos 13x$.
4. (a) Finn alla lösningar till ekvationen $\sqrt{2} \sin 3x = 1$ (1 p)
- (b) Beräkna $\arccos\left(\cos\left(-\frac{\pi}{5}\right)\right)$. (1 p)
- (c) Beräkna $\tan\left(\arccos\left(-\frac{1}{3}\right)\right)$. (1 p)
5. Bestäm D_f och (om möjligt) ett uttryck för f^{-1} om $f(x) = e^{\frac{1+\ln x}{\ln 2x}} \left(= \exp\left(\frac{1+\ln x}{\ln 2x}\right) \right)$.
6. (a) Visa att $\frac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$ för alla reella x och y .
Räknelagar och egenskaper för $\ln$ får användas utan bevis. (1 p)
- (b) Lös ekvationen $(z-5)^5 = i + \sqrt{3}$. (2 p)
7. Funktionen f ges av uttrycket $f(x) = \tan(x^2 - 6x + 11)$. Man vet också att D_f är det största möjliga intervallet sådant att f^{-1} existerar och $2 \in D_f$. Bestäm D_f samt ett uttryck för f^{-1} .