

Dugga 2 i Matematisk grundkurs

2015–10–23 kl 8.00–12.00

Inga hjälpmedel är tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Uppgifterna bedöms med 0–3 poäng. För godkänt betyg (G) räcker 9 poäng. Poängen på godkända duggor summeras och avgör slutbetyget.

Svar mm finns att hämta på kurshemsidan efter duggans slut. Resultat meddelas via e-brev.

1. (a) Lös ekvationen $x = \sqrt{\frac{3-5x}{2}}$. (2 p)
(b) Beräkna $\operatorname{Im}\left(\frac{3}{i-1} - i\frac{2}{2+i}\right)$. (1 p)
2. (a) Lös ekvationen $4^x - 2^{x+3} + 2^4 = 1$. (1 p)
(b) För vilka reella x gäller sambandet $\ln(e^2x) = \frac{1}{\ln x}$? (2 p)
3. (a) Finn alla reella lösningar till ekvationen $\sin\left(2x - \frac{\pi}{8}\right) = \sin\left(6x + \frac{\pi}{4}\right)$. (1 p)
(b) Lös ekvationen $2\cos 2x = 1 + 4\cos x$. (2 p)
4. Bestäm D_f och (om möjligt) ett uttryck för f^{-1} om $f(x) = \ln\left(\frac{2x-3}{x-5}\right)$.
5. Lös ekvationen $\frac{e^{\sqrt{3}(\sqrt{2}-\sin 2x)}}{e^{3\cos 2x}} = 1$.
6. (a) Skriv $\alpha = \arctan(-2) + \arctan(-3)$ på enklast möjliga form. (2 p)
(b) Förenkla $\arctan(\tan 2) \frac{\arccos(\cos 2)}{\arcsin(\sin 2)}$ så långt som möjligt. (1 p)
7. Finn alla reella lösningar till $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (-2)^k \cos^k 2x = (-1)^n 2^{n+1}$ för alla $n = 1, 2, 3, \dots$